



บทที่ 7

การทดสอบภาวะสารูปสนิทดี้



การทดสอบภาวะสารูปสนิทธิ เป็นวิธีการทางสถิติที่ใช้สำหรับวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้มาจากการนับ (counts) โดยสถิติที่ใช้ในการทดสอบจะใช้สถิติทดสอบไคสแควร์ (Chi – Square Test) ในการทดสอบ สำหรับการเก็บรวบรวมข้อมูลจะถูกเก็บอยู่ในรูปของตารางการแจกแจงแบบทางเดียวโดยจัดเป็นข้อมูลกลุ่มหรือข้อมูลจำแนกประเภท (categorical data) เช่น

ตัวอย่างที่ 1 ตารางแสดงจำนวนอาจารย์ในสังกัดคณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์ประจำภาคการศึกษาที่ 1/2557 จำแนกตามสาขาวิชาที่สังกัด

สาขาวิชา	จำนวนอาจารย์
คณิตศาสตร์	7
เคมี	13
ชีววิทยา/ชีววิทยาประยุกต์	10
ฟิสิกส์	9
วิทยาศาสตร์การอาหาร	3
เทคโนโลยีสารสนเทศ	16
วิทยาการคอมพิวเตอร์	12
วิทยาศาสตร์การกีฬา	3
วิทยาศาสตร์สิ่งแวดล้อม	7
สถิติประยุกต์	6
สิ่งทอ/วิทยาศาสตร์สิ่งทอ	4
สาธารณสุขชุมชน	10



ตัวอย่างที่ 2 แสดงจำนวนถั่วเมล็ดเรียบกับถั่วเมล็ดขรุขระที่ได้จากการผสมพันธุ์



ลักษณะของถั่ว	จำนวนที่สังเกตได้ (ความถี่)
เมล็ดเรียบ	69
เมล็ดขรุขระ	31
รวม	100

คำถามที่มักเกิดขึ้นจากตารางการแจกแจงแบบทางเดียวก็คือ “จำนวนหรือความถี่ของข้อมูลที่สังเกตได้ (Observed frequency) จากกลุ่มข้อมูลย่อยของตัวแปรที่สนใจตัวหนึ่ง จะมีค่าแตกต่างจากจำนวนหรือความถี่ของข้อมูลที่คาดหวังตามทฤษฎีของกลุ่มข้อมูลย่อยในตัวแปรนั้น (Expected frequency) หรือไม่ หรืออาจเกิดข้อสงสัยเกี่ยวกับแจกแจงของข้อมูลที่เก็บรวบรวมมาว่ามีการแจกแจงแบบใด ซึ่งในการตอบข้อสงสัยจากคำถามเหล่านี้เราจะใช้การทดสอบที่เรียกว่าการทดสอบภาวะสารูปสนิทธิ

7.1 ขั้นตอนการทดสอบภาวะสารูปสนิท



1. กำหนดสมมติฐานเพื่อการทดสอบ
2. คำนวณค่าความถี่ที่คาดหวังทางทฤษฎี (E_i)

โดยที่
$$E_i = N p_i = N \frac{c_i}{\sum_{i=1}^k c_i} \quad \text{และ} \quad N = \sum_{i=1}^k O_i$$

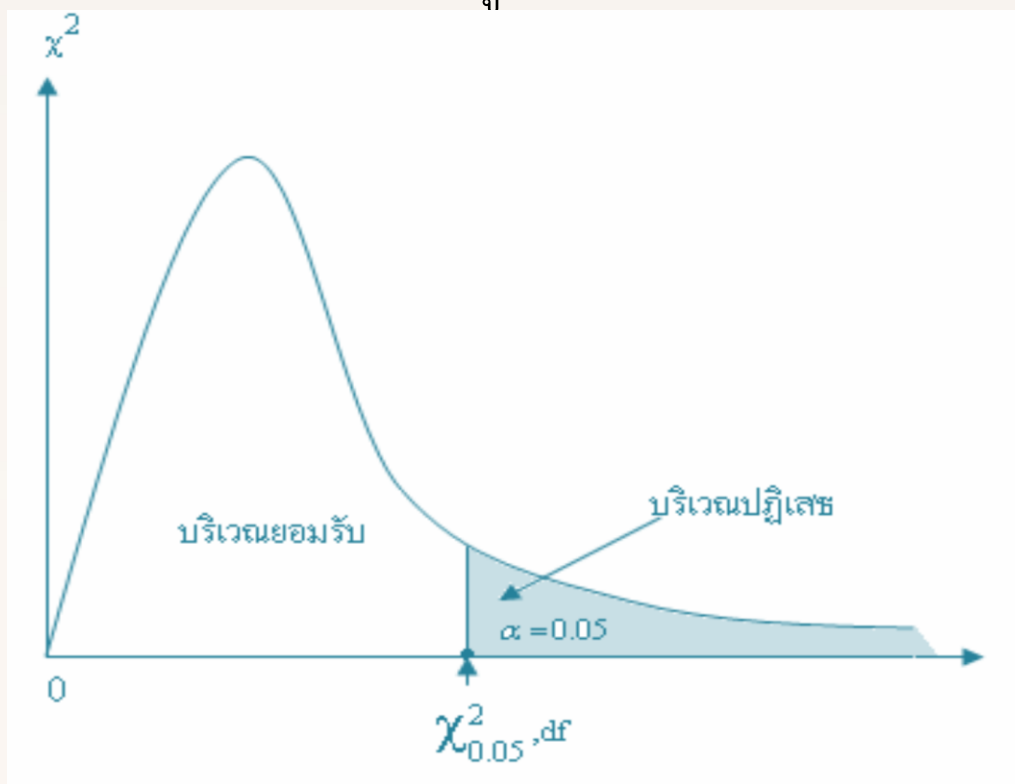
3. กำหนดระดับนัยสำคัญของการทดสอบ (α)
4. คำนวณค่าสถิติไค - สแควร์

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

5. หาบริเวณอาณาเขตวิกฤต



เปิดตาราง หาค่าบริเวณอาณาเขตวิกฤตที่ระดับนัยสำคัญ α ซึ่งการเปิดตารางจะขึ้นอยู่กับระดับความเป็นอิสระของชั้นหรือกลุ่มข้อมูลย่อย (degree of freedom: df) โดยนับจำนวนชั้นหรือกลุ่มข้อมูลย่อย ที่มีอิสระต่อการลงข้อมูลและยังคงทำให้ผลรวมความถี่ข้อมูลที่เกิดขึ้นได้ยังคงเหมือนเดิม





6. สรุปผล

ถ้าค่า χ^2 ที่คำนวณได้ มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ χ^2

ที่เปิดจากตาราง จะปฏิเสธสมมุติฐานหลัก (H_0) และยอมรับสมมุติฐานรอง (H_1)

7.2 การทดสอบภาวะสารูปสัณยัติ

7.2.1 การทดสอบอัตราส่วน

ในประชากรหนึ่งถ้ามีเหตุการณ์ที่สนใจ k เหตุการณ์ ($k > 2$) ดังตาราง ตารางแสดงลักษณะข้อมูลความถี่ลักษณะที่สนใจเกิดขึ้นจริง (O_i) กับค่าคาดหวัง (E_i)

กลุ่มหรือระดับ	ค่าความถี่จากการสังเกตที่เกิดขึ้นจริง	ค่าความถี่คาดหวัง
1	O_1	E_1
2	O_2	E_2
3	O_3	E_3
.	.	.
.	.	.
.	.	.
k	O_k	E_k
	N	N



ถ้าอยากราบว่าการเกิดขึ้นของเหตุการณ์ต่างๆในที่นี้ให้เป็น $A_1, A_2, A_3, \dots, A_k$ เป็นไปตามอัตราส่วน $c_1 : c_2 : c_3 \dots : c_k$ หรือไม่ สามารถสรุปโดยการทดสอบสมมติฐานด้วยสถิติทดสอบไค - สแควร์ ซึ่งมีองศาความเป็นอิสระ $k - 1$ โดยมีขั้นตอนการทดสอบสมมติฐานดังนี้

ขั้นที่ 1 ตั้งสมมติฐาน $H_0 : A_1 : A_2 : A_3 : \dots : A_k = c_1 : c_2 : c_3 \dots : c_k$

$$H_1 : A_1 : A_2 : A_3 : \dots : A_k \neq c_1 : c_2 : c_3 \dots : c_k$$

ขั้นที่ 2 คำนวณค่าสถิติไค - สแควร์

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

โดยที่ $E_i = N p_i \frac{N \cdot c_i}{\sum_{i=1}^k c_i}$ และ $N = \sum_{i=1}^k O_i$

ขั้นที่ 3 อาณาเขตวิกฤตภายใต้ระดับนัยสำคัญ α พิจารณา
อาณาเขตวิกฤต

$$\chi^2 \geq \chi^2_{\alpha, k-1}$$



ขั้นที่ 4 สรุปผล ถ้า χ^2_{cal} ตกอยู่ในอาณาเขตวิกฤต สามารถสรุปได้ว่าข้อมูลที่รวบรวม
ได้มาจากประชากรซึ่งการเกิดเหตุการณ์ต่างๆไม่เป็นไปตามอัตราส่วนตามสมมติฐาน H_0

ตัวอย่างที่ 1 บริษัทผู้ผลิตรถยนต์ยี่ห้อหนึ่ง ต้องการวางแผนการผลิตโดยคาดการณ์ว่า
ประเภทรถยนต์สี่ประเภทที่ผลิตมีผู้นิยมดังนี้ รถเก๋ง 20% รถกระบะ 2 ตอน 35%
รถกระบะตอนเดียว 27% และรถตู้ 18% สุ่มตัวอย่างลูกค้ามา 200 ราย พบว่าลูกค้า
ซื้อรถดังนี้



ประเภทของ รถยนต์	รถเก๋ง	รถกระบะ 2 ตอน	รถกระบะ ตอนเดียว	รถตู้
ความถี่ที่สังเกตได้	43	65	52	40

จงทดสอบสมมติฐานที่บริษัทผู้ผลิตคาดการณ์ความนิยมไว้ถูกต้องหรือไม่ที่ระดับ

นัยสำคัญ 0.01

วิธีทำ ขั้นที่ 1 ตั้งสมมติฐาน

H_0 : รถเก๋ง : รถกระบะ 2 ตอน : รถกระบะตอนเดียว : รถตู้ = 0.2 : 0.35 : 0.27 : 0.18

H_1 : รถเก๋ง : รถกระบะ 2 ตอน : รถกระบะตอนเดียว : รถตู้ \neq 0.2 : 0.35 : 0.27 : 0.18

ขั้นที่ 2 คำนวณค่าสถิติไค - สแควร์



ประเภทของรถยนต์	O_i	P_i	$E_i = NP_i$	$O_i - E_i$	$(O_i - E_i)^2$	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$
รถเก๋ง	43	0.2	40	3	9	0.225
รถกระบะ 2 ตอน	65	0.35	70	-5	25	0.357
รถกระบะตอนเดียว	52	0.27	54	-2	4	0.074
รถตู้	40	0.18	36	4	16	0.444
ผลรวม						$\chi^2 = 1.1$

ขั้นที่ 3 อาณาเขตวิกฤตภายใต้ระดับนัยสำคัญ α พิจารณาอาณาเขตวิกฤต

$$\chi^2 \geq \chi_{0.01, 4-1}^2 = 11.34$$

ขั้นที่ 4 สรุปผล ค่า χ^2 ที่คำนวณได้มีค่าเท่ากับ 1.1

ซึ่งน้อยกว่า 11.34 จึงไม่ตกอยู่ในบริเวณอาณาเขตวิกฤต ดังนั้นจะยอมรับสมมติฐาน H_0 นั่นคือสามารถสรุปได้ว่าที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

บริษัทผู้ผลิตคาดการณ์ความนิยมไว้ถูกต้อง

ตัวอย่างที่ 2 บริษัทผู้ผลิตคอมพิวเตอร์แห่งหนึ่งต้องการวางแผนการผลิตคอมพิวเตอร์ว่า ในอีก 2 ปีข้างหน้าควรจะทำการผลิตคอมพิวเตอร์แต่ละชนิดในปริมาณเท่าใด จากการคาดการณ์ของฝ่ายการตลาดคาดว่าสัดส่วนของการใช้คอมพิวเตอร์คือ คอมพิวเตอร์แบบตั้งโต๊ะ โน้ตบุ๊กคอมพิวเตอร์ แล็ปท็อปคอมพิวเตอร์ และ ปาล์มท็อปคอมพิวเตอร์ จะเป็น 0.1 0.3 0.4 และ 0.2 ตามลำดับ ฝ่ายวิจัยของบริษัทจึงทำการสำรวจจากตัวอย่างคนในวัยทำงานจำนวน 200 คน ปรากฏว่าได้ข้อมูลดังนี้





ชนิดของคอมพิวเตอร์	จำนวนผู้ใช้
คอมพิวเตอร์แบบตั้งโต๊ะ	25
โน้ตบุ๊กคอมพิวเตอร์	55
แล็ปท็อปคอมพิวเตอร์	85
ปาล์มท็อปคอมพิวเตอร์	35
รวม	200

จงทดสอบสมมติฐานที่ฝ่ายการตลาดของบริษัทคาดการณ์ไว้ถูกต้องหรือไม่ที่ระดับ
นัยสำคัญ 0.10

วิธีทำ ขั้นที่ 1 ตั้งสมมติฐาน

H_0 : คอมพิวเตอร์แบบตั้งโต๊ะ : โน้ตบุ๊กคอมพิวเตอร์ : แล็ปท็อปคอมพิวเตอร์
: ปาล์มท็อปคอมพิวเตอร์ = 0.1 : 0.3 : 0.4 : 0.2

H_1 : คอมพิวเตอร์แบบตั้งโต๊ะ : โน้ตบุ๊กคอมพิวเตอร์ : แล็ปท็อป
คอมพิวเตอร์ : ปาล์มท็อปคอมพิวเตอร์ \neq 0.1 : 0.3 : 0.4 : 0.2

ขั้นที่ 2 คำนวณค่าสถิติไค - สแควร์



$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

ชนิดของคอมพิวเตอร์	O_i	P_i	$E_i = NP_i$	$O_i - E_i$	$(O_i - E_i)^2$	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$
คอมพิวเตอร์แบบตั้งโต๊ะ	25	0.1	20	5	25	1.25
โน้ตบุ๊กคอมพิวเตอร์	55	0.3	60	-5	25	0.417
แล็ปท็อปคอมพิวเตอร์	85	0.4	80	5	25	0.3125
ปาล์มท็อปคอมพิวเตอร์	35	0.2	40	-5	25	0.625
รวม	200					$\chi^2 = 2.6045$

ขั้นที่ 3 อาณาเขตวิกฤตภายใต้ระดับนัยสำคัญ α พิจารณา

อาณาเขตวิกฤต

$$\chi^2 \geq \chi_{0.10, 4-1}^2 = 6.25$$



ขั้นที่ 4 สรุปผล ค่า χ^2 ที่คำนวณได้มีค่าเท่ากับ 2.6045 ซึ่งมีค่าน้อยกว่า 6.25 จึงไม่ตกอยู่ในบริเวณอาณาเขตวิกฤต ดังนั้นจะยอมรับสมมติฐาน H_0 นั่นคือสามารถสรุปได้ว่าที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 ฝ่ายการตลาดของบริษัทคอมพิวเตอร์คาดการณ์ไว้ถูกต้อง

7.2.2 การทดสอบการแจกแจง

ในการศึกษาตัวแปรหนึ่ง ถ้ามีความสงสัยเกี่ยวกับการแจกแจงของตัวแปรนั้น สามารถทดสอบได้ด้วยสถิติทดสอบไค – สแควร์ โดยมีขั้นตอนการทดสอบสมมติฐานดังนี้

ขั้นที่ 1 ตั้งสมมติฐาน

H_0 : ตัวแปรมีการแจกแจงตามข้อสงสัย

H_1 : ตัวแปรไม่มีการแจกแจงตามข้อสงสัย

ขั้นที่ 2 คำนวณค่าสถิติ

$$\chi^2_{\text{cal}} = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$



ขั้นที่ 3 อาณาเขตวิกฤตภายใต้ระดับนัยสำคัญ α พิจารณาอาณาเขตวิกฤต

$$\chi^2 \geq \chi^2_{\alpha, k-r-1}$$

ขั้นที่ 4 สรุปผล ถ้า χ^2_{cal} ตกอยู่ในอาณาเขตวิกฤต ไม่สามารถสรุปได้ว่าตัวแปรมีการแจกแจงตามข้อสงสัย

ตัวอย่างที่ 1 ข้อมูลที่กำหนดให้ต่อไปนี้เป็นความยาวของทารกแรกเกิด จำนวน 125 คน

ความยาว (ซม.)	45 – 46.9	47 – 48.9	49 – 50.9	51 – 52.9	53 – 54.9
จำนวน	28	32	35	20	10

สรุปได้หรือไม่ว่าความยาวของทารกแรกเกิดมีการแจกแจงแบบปกติ
ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

วิธีทำ ขั้นที่ 1 ตั้งสมมติฐาน

H_0 : ความยาวของทารกแรกเกิดมีการแจกแจงแบบปกติ

H_1 : ความยาวของทารกแรกเกิดไม่ได้มีการแจกแจงแบบปกติ

ขั้นที่ 2 คำนวณค่าสถิติ

ความยาว (ซม.)	จำนวน (f_i)	จุดกึ่งกลางชั้น (X_i)	X_i^2	$f_i X_i$	$f_i X_i^2$
45 – 46.9	28	45.95	2111.4025	1286.6	59,119.27
47 – 48.9	32	47.95	2299.2095	1534.4	73,574.70
49 – 50.9	35	49.95	2495.0025	1748.25	87,325.09
51 – 52.9	20	51.95	2698.8025	1039	53,976.05
53 – 54.9	10	53.95	2910.6025	539.5	29,106.03
รวม	125			6147.75	303,101.14



จะได้ค่า

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i X_i}{n} = \frac{6,147.75}{125} = 49.18 \text{ ซึ่งเป็นตัวประมาณของ } \mu$$

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^R f_i X_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^R f_i X_i\right)^2}{n}}{n-1} = \frac{303,101.14 - \frac{(6147)^2}{125}}{125-1}$$

$$= \frac{303,101.14 - 302,284.87}{124} = \frac{816.27}{124} = 6.58$$

$$s = \sqrt{6.58} = 2.57$$





ขอบเขตชั้น	จำนวน (O_i)	ค่ามาตรฐาน ($Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$)	P(Z)	E = N P(Z)
ไม่เกิน 44.95	0	ไม่เกิน (-1.65)	0.0495	6.1875
44.95 – 46.95	28	(-1.65) – (-0.87)	0.147	18.375
46.95 – 48.95	32	(-0.87) – (-0.09)	0.2719	33.9875
48.95 – 50.95	35	(-0.09) – (0.69)	0.2908	36.35
50.95 – 52.95	20	(0.69) – (1.47)	0.1743	21.7875
52.95 – 54.95	10	(1.47) – (2.25)	0.0586	7.325
54.95 เป็นต้นไป	0	2.25 เป็นต้นไป	0.0122	1.525
รวม	125			8.85

$$\chi^2_{\text{cal}} = \sum_{i=1}^6 \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$



$$\begin{aligned} &= \frac{(0 - 6.1875)^2}{6.1875} + \frac{(28 - 18.375)^2}{18.375} + \frac{(32 - 33.9875)^2}{33.9875} + \\ &\quad \frac{(35 - 36.35)^2}{36.35} + \frac{(20 - 21.7875)^2}{21.7875} + \frac{(10 - 8.85)^2}{8.85} \\ &= 6.188 + 5.042 + 0.116 + 0.05 + 0.147 + 0.149 \\ &= 11.692 \end{aligned}$$

ขั้นที่ 3 พิจารณาอาณาเขตวิกฤตภายใต้ระดับนัยสำคัญ $\alpha=0.05$ จะได้บริเวณอาณาเขตวิกฤตที่

$$\chi_{cal}^2 \geq \chi_{0.05, 6-2-1}^2 = \chi_{0.05, 3}^2 = 7.8$$

ขั้นที่ 4 สรุปผล เนื่องจากค่า χ_{cal}^2 ที่คำนวณได้มีค่ามากกว่า 7.8 จึงตกอยู่ในบริเวณอาณาเขตวิกฤต ดังนั้นจึงปฏิเสธสมมติฐาน H_0 นั่นคือ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ความยาวของทารกแรกเกิดไม่ได้มีการแจกแจงแบบปกติ



ตัวอย่างที่ 2 คาร์แคร์แห่งหนึ่งเปิดบริการล้างรถยนต์ด้วยเครื่องล้างอัตโนมัติในการคิดราคาค่าบริการขึ้นอยู่กับทางเลือกใช้บริการของลูกค้า เจ้าของคาร์แคร์ต้องการทราบว่าจำนวนรถที่เข้ามาใช้บริการในช่วงเวลาเย็นวันทำงาน (16.30 – 18.30 น.) มีการแจกแจงแบบปัวส์ซองหรือไม่จึงทำการรวบรวมข้อมูลจำนวนรถที่มาใช้บริการในช่วงเวลาดังกล่าวเป็นเวลา 180 วัน ได้ข้อมูลดังนี้

จำนวนรถที่เข้ามาใช้บริการล้างรถ	ความถี่ที่สังเกตได้
0	15
1	55
2	60
มากกว่า 2 คัน	50
รวม	180

จงทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 ถ้าจากประสบการณ์ที่ผ่านมาทราบว่าจำนวนรถยนต์ที่เข้ามาใช้บริการในช่วงเวลาดังกล่าวเฉลี่ยแล้วจะเป็น 2 คัน

วิธีทำ ขั้นที่ 1 ตั้งสมมติฐาน

H_0 : จำนวนรถที่เข้ามาใช้บริการในช่วงเวลาเย็นวันทำงาน

(16.30 – 18.30 น.) มีการแจกแจงแบบปัวส์ซอง

H_1 : จำนวนรถที่เข้ามาใช้บริการในช่วงเวลาเย็นวันทำงาน

(16.30 – 18.30 น.) ไม่ได้มีการแจกแจงแบบปัวส์ซอง

ขั้นที่ 2 คำนวณค่าสถิติ

จากโจทย์ทราบว่า $\lambda = 2$ คำนวณค่าสถิติดังตาราง

จำนวนรถที่เข้ามาใช้บริการล้าง รถ	ความถี่ที่สังเกตได้ (O_i)	$P(X=x)$	$E = N P P(X=x)$
0	15	0.1353	24.354
1	55	0.2707	48.726
2	60	0.2707	48.726
มากกว่า 2 คัน	50	0.3233	58.194
รวม	180	1.0000	180



จากสูตร

$$\begin{aligned}\chi^2_{\text{cal}} &= \sum_{i=1}^6 \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} \\ &= \frac{(15 - 24.354)^2}{24.354} + \frac{(55 - 48.726)^2}{48.726} + \frac{(60 - 48.726)^2}{48.726} \\ &\quad + \frac{(50 - 58.194)^2}{58.194} \\ &= 3.593 + 0.808 + 2.609 + 1.154\end{aligned}$$



ขั้นที่ 3 พิจารณาอาณาเขตวิกฤตภายใต้ระดับนัยสำคัญ $\alpha=0.01$ จะได้บริเวณ
อาณาเขตวิกฤตที่ $\chi^2_{\text{cal}} \geq \chi^2_{0.01, 4-1-1} = \chi^2_{0.01, 2} = 9.21$

ขั้นที่ 4 สรุปผล เนื่องจากค่า χ^2_{cal} ที่คำนวณได้มีค่าน้อยกว่า 9.21 จึงไม่ตก
อยู่ในบริเวณอาณาเขตวิกฤต ดังนั้นจึงยอมรับสมมติฐาน H_0 นั่นคือ
ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 จำนวนรถที่เข้ามาใช้บริการในช่วงเวลาเย็นวัน
ทำงาน (16.30 – 18.30 น.) มีการแจกแจงแบบปัวส์ซอง

7.3 บทสรุป

การทดสอบภาวะสารูปสนิทธิ เป็นการทดสอบสมมติฐาน
ในกรณีที่ข้อมูลถูกเก็บรวบรวมมาอยู่ในรูปของความถี่ (frequency data) หรือ
ข้อมูลจำแนกประเภท (categorical data) โดยที่ข้อมูลถูกจำแนกประเภทแบบ
ทางเดียว (one dimensional data) หรือเป็นตารางความถี่แบบทางเดียว (One-Way
frequency table) โดยในการทดสอบสมมติฐานจะแบ่งเป็น 2 ลักษณะ คือ การ
ทดสอบอัตราส่วนของประชากรเป็นไปตามที่คาดไว้หรือไม่ และทดสอบการแจกแจงของ
ประชากรเป็นไปตามที่คาดไว้หรือไม่ สำหรับสถิติที่ใช้ในการทดสอบคือสถิติทดสอบ
ไคสแควร์ (χ^2 - test) ซึ่งเหมาะสมกับตัวอย่างขนาดใหญ่ ถ้าขนาดของตัวอย่างเป็น 4
หรือ 5 เท่าของจำนวนเหตุการณ์ ค่าไคสแควร์จะประมาณได้ค่อนข้างดี แม้ว่าค่าความถี่
คาดหวังจะน้อย แต่ค่าความถี่คาดหวังก็ไม่ควรน้อยกว่า 5 ถ้าค่าความถี่คาดหวังของ
เหตุการณ์ใดน้อยกว่า 5 จะต้องทำการปรับแก้โดยรวมความถี่ของเหตุการณ์
นั้นเข้ากับความถี่ของเหตุการณ์อยู่ใกล้เคียง ซึ่งจะทำให้องศาความเป็นอิสระ
ลดลง หรือแนวทางปรับแก้ที่ดีก็คือ ควรเก็บข้อมูลเพิ่มเติมให้ตัวอย่างมีขนาดใหญ่ขึ้น

