ค่าคาดหมายของตัวแปรสุ่มวิยุต

บทนิยาม 1 ค่าคาดหมายของตัวแปรสุ่มวิยุต X เขียนแทนด้วย $E(X)$ กำหนดโดย

$$E(X) = \sum_x x \cdot p_x(x)$$

หรือ กล่าวว่า ค่าคาดหมายของตัวแปรสุ่มวิยุต คือค่าเฉลี่ยถ่วงน้ำหนักของค่าที่เป็นได้ทั้งหมดของตัวแปรสุ่ม ซึ่งถ่วงน้ำหนักโดยค่าความน่าจะเป็นนั่นเอง

ตัวอย่าง 1 ชั้นมัธยมศึกษาปลายห้องหนึ่งมีนักเรียนจำนวน 40 คน อาจารย์ประจำชั้นได้ถามข้อมูลเกี่ยวกับจำนวนญาติพี่น้องมีนักเรียนทุกคนในห้อง ผลปรากฏดังตาราง ถ้าสุ่มนักเรียนมา 1 คน ให้ X แทนจำนวนญาติของนักเรียนผู้นั้น จงหาค่าคาดหมายของตัวแปรสุ่ม X ถ้ากำหนดฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็น (PMF) ของ X ดังตาราง

1	1	4	0	1	3	1	1	0	2	1	1
1	1	2	2	1	2	1	2	0	1	0	2
0	1	2	1	3	2	0	0	2	2	2	1
3	1	1	0								

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตัวอย่าง 2 จงหาค่าคาดหมายถ้ากำหนดฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็น (PMF) ของ X ดังนี้

$$P(x) = \begin{cases} p+1 & ,x=1 \\ 1-p & ,x=0 \\ 0 & ,else \end{cases}$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตัวอย่าง 3 ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มวิยุต ที่มี PMF ดังนี้

X	-2	-1	0	1	2	3
$p_x(X)$	0.10	0.20	0.20	0.15	0.15	0.20

จงหาค่าคาดหมายของตัวแปรสุ่ม X^2

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มวิยุต

ค่าเฉลี่ยของตัวแปรสุ่มจะให้ค่ากลางของตัวแปรสุ่ม มักหมายถึง การวัดศูนย์กลาง (measure of center)

บทนิยาม 2 ความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม

ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มที่มีโมเมนต์ที่ 2 จำกัด แล้วความแปรปรวนของ X เขียนแทนด้วย Var(X) กำหนดโดย

$$Var(X) = E\left(\left(X-\mu_x\right)^2\right) = E\left(X^2\right) - \left(E\left(X\right)\right)^2$$

หรือกล่าวว่า ความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม คือ ค่าคาดหมายของกำลังสองของส่วนเบี่ยงเบนของตัวแปรสุ่มนั้นจากค่าเฉลี่ย

ตัวอย่าง 4 จากตัวอย่าง 1 จงหาความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ค่าคาดหมายของตัวแปรสุ่มต่อเนื่อง

บทนิยาม 3 ค่าคาดหมายของตัวแปรสุ่มต่อเนื่อง X เขียนแทนด้วย $E(X)$ กำหนดโดย

$$E(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f_x(x) dx$$

เมื่อ f_x คือ ฟังก์ชันความหนาแน่นของ X

ตัวอย่าง 5 จงหาค่าคาดหมายของ

$$f_x(X) = \begin{cases} 2X & ,0 < X < 1 \\ 0 & ,else \end{cases}$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มต่อเนื่อง

กำหนดโดย

$$\begin{aligned} Var(X) &= E\left(\left(X - \mu_X\right)^2\right) \\ &= E\left(X^2\right) - \left(E(X)\right)^2 \end{aligned}$$

ตัวอย่าง 6 จากตัวอย่าง 5 จงหาความแปรปรวนของ X

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตัวอย่าง 7 จงหาค่าคาดหมายและความแปรปรวนของ การแจกแจงเอกรูปวิยุต

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตัวอย่าง 8 จงหาค่าคาดหมายและความแปรปรวนของ การแจกแจงแบร์นูลลี

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตัวอย่าง 9 จงหาค่าคาดหมายของ การแจกแจงทวินาม

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....