

บทที่ 9

ทฤษฎีของนอร์ตัน

ทฤษฎีของนอร์ตันเป็นการวิเคราะห์วงจรแบบเชิงเส้น ซึ่งจะแทนค่าได้ด้วยวงจรสมมูลที่ประกอบไปด้วยแหล่งจ่ายกระแสไฟฟ้าต่อขนานกับตัวต้านทาน ซึ่งการวิเคราะห์วงจรตามทฤษฎีของนอร์ตันจะมีหลักการวิเคราะห์วงจรตรงกันข้ามกับทฤษฎีของเทเวนินตามเนื้อหาในบทที่ 8 เป็นการยุบวงจรให้อยู่ในรูปแบบแหล่งจ่ายแรงดันไฟฟ้า (E_{Th}) โดยเนื้อหาในบทที่ 9 จะศึกษาเกี่ยวกับวิธีการยุบวงจรให้อยู่ในรูปแบบแหล่งจ่ายกระแส (I_N) โดยมีหลักการหาค่ากระแสได้ที่ละตัวเดียวกันนั้น หากในกรณีที่ต้องการหาค่ากระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทานทุกตัวในวงจรจะทำให้เสียเวลาในการคำนวณหรือเลือกใช้วิธีการคำนวณตามกฎของเคอร์ชอฟฟ์ตามเนื้อหาในบทที่ 7 นั้นก็จะได้ผลลัพธ์เช่นเดียวกันจะทำให้เสียเวลาในการคำนวณ เพราะถ้าหากค่าความต้านทานที่ต้องการคำนวณหาค่าเปลี่ยนแปลงค่าไปจะต้องทำการเริ่มต้นการคำนวณใหม่ทุกครั้ง ซึ่งวิธีการตามทฤษฎีของนอร์ตันสามารถคำนวณหาค่ากระแสซึ่งจะทำให้ลดระยะเวลาในการคำนวณให้รวดเร็วยิ่งขึ้น โดยสาระสำคัญเนื้อหาในบทเรียนนี้เป็นการวิเคราะห์วงจรไฟฟ้าตามทฤษฎีของนอร์ตันซึ่งจะทำให้ผู้เรียนสามารถคำนวณหาค่าความต้านทานเทียบเท่าของนอร์ตัน (R_N) และการคำนวณหาค่ากระแสเทียบเท่าของนอร์ตัน (I_N) และสามารถเขียนวงจรเทียบเท่าของนอร์ตันได้

ทฤษฎีของนอร์ตัน

ทฤษฎีของนอร์ตัน (Norton's Theory) ได้พัฒนาต่อมาจากทฤษฎีเทเวนิน ซึ่งทฤษฎีของนอร์ตันได้รับการนำเสนอขึ้นในปี ค.ศ. 1926 โดยผู้คิดค้นชื่อ อี. แอล. นอร์ตัน (E.L. Norton) ซึ่งเป็นนักวิทยาศาสตร์แห่งห้องปฏิบัติการเบลล์ โดยมีหลักการสำคัญของวงจรเชิงเส้นที่มีแหล่งจ่ายต่อรวมอยู่ด้วย สามารถทำการยุบวงจรให้อยู่ในรูปแบบแหล่งจ่ายกระแสได้ (ชัญชนา ตั้งวงศ์ศานต์ และคณะ. 2556 : 239) และได้มีผู้กล่าวถึงทฤษฎีของนอร์ตัน มีดังนี้

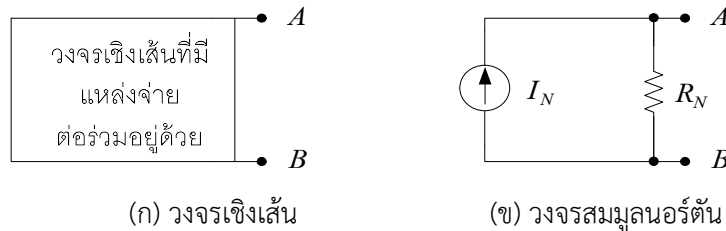
โตศักดิ์ ทัศนานุตริยะ (2542 : 389) กล่าวว่า ในวงจรไฟฟ้าใด ๆ เมื่อกำหนดขั้วทั้งสองขั้วใด ๆ ของวงจรไฟฟ้าสามารถแทนด้วยวงจรสมมูลตามทฤษฎีของนอร์ตันจะประกอบไปด้วยแหล่งจ่ายกระแสและตัวต้านทานที่ต่อขนานกัน

โกศล โอฬารไพโรจน์ (2556 : 508) กล่าวว่า ในวงจรเชิงเส้นใด ๆ สามารถแทนด้วยวงจรสมมูลตามทฤษฎีของนอร์ตันจะประกอบไปด้วยแหล่งจ่ายกระแสต่อขนานกับตัวต้านทาน โดยกระแสที่ไหลผ่านขั้วที่ลัดวงจรจะเรียกว่า กระแสนอร์ตัน (I_N) และค่าความต้านทานหาได้จากการทำให้แหล่งจ่ายอิสระทุกตัวเป็นศูนย์ซึ่งจะได้ค่าความต้านทานเรียกว่า ความต้านทานนอร์ตัน (R_N)

วิชญ์ บัวเทศ (2558 : 187) กล่าวว่า ทฤษฎีของนอร์ตันเป็นการแก้ปัญหาในการคำนวณหา ค่ากระแสและค่าความต้านทาน โดยการยุบรวมวงจรให้เหลือเพียงวงจรเทียบเท่าวงจรเดียว ซึ่งจะ ประกอบไปด้วยแหล่งจ่ายของวงจรเทียบเท่าจะเรียกว่า กระแสเทียบเท่า นอร์ตัน (I_N) และค่าความ ต้านทานจากวงจรจะเรียกว่า ความต้านทานเทียบเท่า นอร์ตัน (R_N)

Hayt, Kemmerly & Durbin (2012 : 140) กล่าวว่า ในวงจรไฟฟ้าใด ๆ โดยทำการยุบ วงจรให้เหลือเพียงแหล่งจ่ายกระแสเพียงตัวเดียวเท่านั้น ซึ่งจะประกอบไปด้วยกระแสเทียบเท่า นอร์ตัน (I_N) ต่อขนานอยู่กับตัวต้านทานเทียบเท่า นอร์ตัน (R_N)

ดังนั้นสามารถสรุปได้ว่า ทฤษฎีของนอร์ตันเป็นการวิเคราะห์วงจรแบบเชิงเส้นซึ่งจะแทนค่า ด้วยวงจรสมมูลที่ประกอบไปด้วยแหล่งจ่ายกระแสไฟฟ้าต่อขนานกับตัวต้านทาน ซึ่งสามารถพิจารณา จากวงจรสมมูลนอร์ตันเมื่อต่อโหลด ดังภาพที่ 9.1



ภาพที่ 9.1 วงจรเชิงเส้นที่มีแหล่งจ่ายต่อรวมอยู่ด้วย

จากภาพที่ 9.1 (ก) วงจรเชิงเส้นที่มีแหล่งจ่ายต่อรวมอยู่ด้วยนั้น โดยมีขั้วเอาต์พุต A และ B ต่อกันมา สามารถทำการยุบวงจรให้เหลือเพียงแหล่งจ่ายกระแสเพียงตัวเดียวเท่านั้น คือกระแส เทียบเท่า นอร์ตัน (I_N) และจากภาพที่ 9.1 (ข) สามารถเขียนวงจรสมมูลของนอร์ตันที่ประกอบไปด้วย กระแสเทียบเท่า นอร์ตัน (I_N) ต่อขนานอยู่กับตัวต้านทานเทียบเท่า นอร์ตัน (R_N)

การวิเคราะห์วงจรตามทฤษฎีของนอร์ตัน

จากการศึกษาทฤษฎีของนอร์ตันที่ผ่านมาแล้วนั้นได้กล่าวไว้ว่าระหว่างขั้วทั้งสองขั้วใด ๆ ของ วงจรไฟฟ้าสามารถแทนด้วยวงจรสมมูลตามทฤษฎีของนอร์ตันที่จะประกอบไปด้วยกระแสเทียบเท่า นอร์ตันต่อขนานอยู่กับตัวต้านทานเทียบเท่า นอร์ตัน และได้มีผู้กล่าวถึงขั้นตอนการวิเคราะห์วงจรตาม ทฤษฎีของนอร์ตัน มีดังนี้

ประสิทธิ์ ภูสมมา (2553 : 153) กล่าวว่า ในกระบวนการวิเคราะห์วงจรไฟฟ้าตามทฤษฎี ของนอร์ตันนั้นจะมีลำดับขั้นตอนการวิเคราะห์วงจร มีอยู่ 5 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นตอนการปลดโหลด

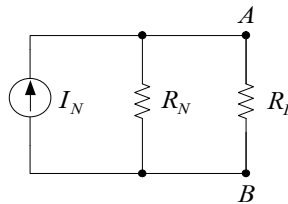
ขั้นตอนการกำหนดขั้วในวงจรที่ตำแหน่งจะปลดโหลดออก ขั้นตอนการหาค่าความต้านทานเทียบเท่า Norton ขั้นตอนการลัดวงจร และขั้นตอนการเขียนวงจรสมมูล Norton

โกศล โอฬารไพโรจน์ (2556 : 509) กล่าวว่า การเขียนวงจรสมมูลของ Norton หาได้จากการลัดวงจรที่ขั้ว A และ B โดยการหากระแสที่จุดลัดวงจรนั้น และวิธีการหาค่าความต้านทานเทียบเท่า Norton สามารถหาค่าเช่นเดียวกับค่าความต้านทานเทียบเท่าเทเวนิน ซึ่งจะได้ว่า $R_N = R_{Th}$

เจษฎา ชินรุ่งเรือง (2557 : 111) กล่าวว่า ในวงจรไฟฟ้าใด ๆ ที่มีแหล่งจ่ายอิสระจะสามารถหาค่าความต้านทานเทียบเท่า Norton ได้โดยการแทนแหล่งจ่ายแรงดันด้วยการลัดวงจร และแทนแหล่งจ่ายกระแสด้วยวงจรปิด ซึ่งจะมีลักษณะการคำนวณหาค่าความต้านทานเทียบเท่าเช่นเดียวกับทฤษฎีของเทเวนิน

วิชณุ บัวเทศ (2558 : 187) กล่าวว่า ในวงจรแบบเชิงเส้นใด ๆ ก็ตามที่มีแหล่งจ่ายต่ออยู่ด้วยสามารถยุบรวมวงจรให้อยู่ในรูปแบบแหล่งจ่ายกระแสไฟฟ้าได้ โดยมีขั้นตอนการวิเคราะห์วงจรตามทฤษฎี Norton ได้แก่ ขั้นตอนการปลดโหลด ขั้นตอนการหาค่ากระแสเทียบเท่า Norton ขั้นตอนการหาค่าความต้านทานเทียบเท่า Norton และขั้นตอนการเขียนวงจรสมมูล Norton

ดังนั้นสามารถสรุปได้ว่า การวิเคราะห์วงจรตามทฤษฎีของ Norton โดยมีลำดับขั้นตอนการหาค่ากระแสเทียบเท่า Norton และการหาค่าความต้านทานเทียบเท่า Norton ซึ่งสามารถพิจารณาจากวงจรสมมูล Norton เมื่อต่อโหลด ดังภาพที่ 9.2



ภาพที่ 9.2 วงจรสมมูลตามทฤษฎีของ Norton เมื่อต่อโหลด

เมื่อพิจารณาจากภาพที่ 9.2 สามารถอธิบายลำดับขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 ปลดโหลด R_L หรือส่วนที่เราต้องการหาค่าออก

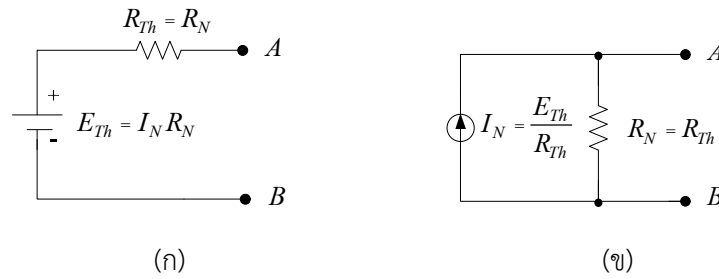
ขั้นตอนที่ 2 กำหนดขั้วในวงจรที่ตำแหน่งจะปลดโหลดออก โดยจะกำหนดเป็นขั้ว A และ B

ขั้นตอนที่ 3 คำนวณหาค่าความต้านทาน R_N โดยการทำให้แหล่งจ่ายเป็นศูนย์ทั้งหมด (โดยแหล่งจ่ายกระแสให้ทำการเปิดวงจร และแหล่งจ่ายแรงดันให้ลัดวงจร) และหาค่าความต้านทานระหว่างขั้ว A และ B

ขั้นตอนที่ 4 ทำการลัดวงจรที่ขั้ว A และ B เพื่อคำนวณหาค่ากระแส I_N

ขั้นตอนที่ 5 เขียนวงจรสมมูล Norton และนำโหลดที่ปลดออกตามขั้นตอนที่ 1 เข้าไปที่ขั้ว A และ B เพื่อคำนวณหาค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ที่เราต้องการทราบค่า

จากลำดับขั้นตอนการวิเคราะห์วงจรตามทฤษฎีของนอร์ตันจะเห็นได้ว่ามีหลักการวิเคราะห์วงจรที่ตรงกันข้ามกับทฤษฎีของเทเวนินตามที่ได้ศึกษาผ่านมาในบทที่ 8 โดยสามารถเปลี่ยนแปลงจากแหล่งจ่ายกระแสเปลี่ยนเป็นแหล่งจ่ายแรงดัน และแหล่งจ่ายแรงดันเปลี่ยนเป็นแหล่งจ่ายกระแส (ประสิทธิ์ ภูสมมา. 2553 : 153) ดังภาพที่ 9.3

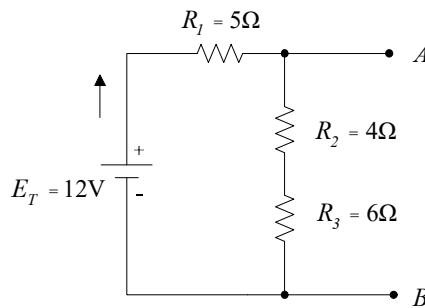


ภาพที่ 9.3 แหล่งจ่ายแรงดันและแหล่งจ่ายกระแส (ก) แหล่งจ่ายแรงดัน และ (ข) แหล่งจ่ายกระแส
ที่มา : Boylestad (2002 : 339)

จากภาพที่ 9.3 เป็นวงจรสมมูลหรือวงจรเทียบเท่าของเทเวนินจะประกอบไปด้วยแรงดันเทียบเท่าเทเวนินต่ออนุกรมกับความต้านทานเทียบเท่าเทเวนิน ส่วนทฤษฎีของนอร์ตันจะประกอบไปด้วยแหล่งจ่ายกระแสเทียบเท่าอนอร์ตันต่อขนานกับความต้านทานเทียบเท่าอนอร์ตัน ซึ่งแหล่งจ่ายกระแสของนอร์ตันคำนวณหาค่ากระแสได้จากการลัดวงจรในบริเวณที่ตำแหน่งที่ต้องการหาวงจรเทียบเท่าของนอร์ตัน

จากขั้นตอนการวิเคราะห์วงจรตามทฤษฎีของนอร์ตันที่ได้กล่าวมาข้างต้นนั้น สามารถนำขั้นตอนการคำนวณมาใช้ในการแก้ปัญหาการหาค่าปริมาณทางไฟฟ้าต่าง ๆ ในวงจรที่มีความซับซ้อนได้ และให้เกิดความรู้ความเข้าใจมากยิ่งขึ้น ดังแสดงในตัวอย่างต่อไปนี้ (ชัต อินทะสี. 2553 : 304-307)

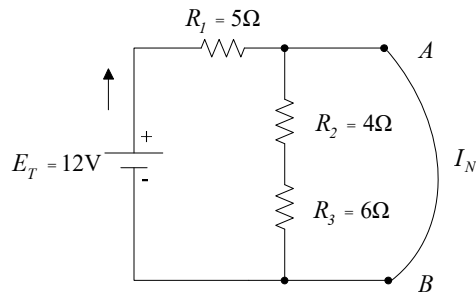
ตัวอย่างที่ 9.1 จงคำนวณหาค่ากระแสไหลผ่านโหลดตัวต้านทานของวงจรเทียบเท่าอนอร์ตันระหว่างขั้ว A และ B และเมื่อนำโหลด $R_L = 100\Omega$ มาต่อที่ขั้ว A และ B ที่กำหนดให้ ดังภาพที่ 9.4



ภาพที่ 9.4 วงจรเทียบเท่าอนอร์ตันแบบ 1 แหล่งจ่าย

วิธีทำ

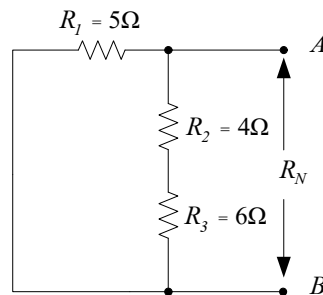
1. เมื่อลัดวงจรระหว่างขั้ว A และ B โดยมี R_2 ต่ออนุกรมอยู่กับ R_3 ถูกลัดวงจรอยู่ด้วยกัน จะทำให้ไม่มีกระแสไหลผ่านความต้านทาน R_2 กับ R_3 และทำการหาค่ากระแสเทียบเท่า Norton I_N ดังภาพที่ 9.5



ภาพที่ 9.5 การลัดวงจรระหว่างขั้ว A และ B

$$I_N = \frac{E_T}{R_1} = \frac{12V}{5\Omega} = 2.4A$$

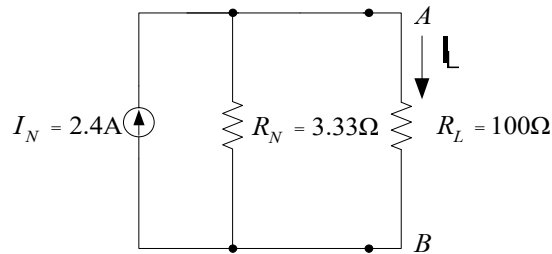
2. ทำการลัดวงจรแหล่งจ่ายแรงดันไฟฟ้า และจงหาค่าความต้านทานเทียบเท่า Norton R_N ดังภาพที่ 9.6



ภาพที่ 9.6 การลัดวงจรแหล่งจ่ายแรงดัน

$$R_N = \frac{R_1 \times (R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{5\Omega \times (4\Omega + 6\Omega)}{5\Omega + 4\Omega + 6\Omega} = 3.33\Omega$$

3. นำค่า I_N กับ R_N ที่ได้จากการคำนวณมาเขียนวงจรเทียบเท่า Norton ได้โดยทำการนำโหลด R_L มาต่อที่ขั้ว A และ B เพื่อหาค่าของ I_L ดังภาพที่ 9.7

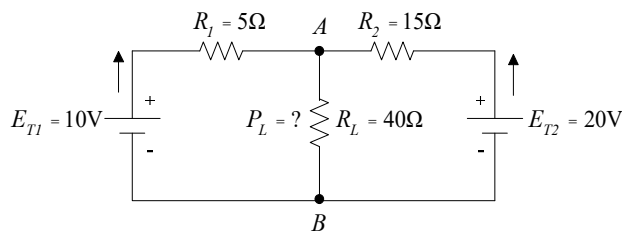


ภาพที่ 9.7 วงจรเทียบเท่า Norton

$$\begin{aligned} I_L &= I_N \times \frac{R_N}{R_N + R_L} \\ &= 2.4\text{A} \times \frac{3.33\Omega}{3.33\Omega + 100\Omega} \\ &= 0.07\text{A} \end{aligned}$$

ดังนั้น สามารถสรุปได้ว่า ค่ากระแสที่ไหลผ่านความต้านทาน 100Ω มีค่าเท่ากับ 0.07A

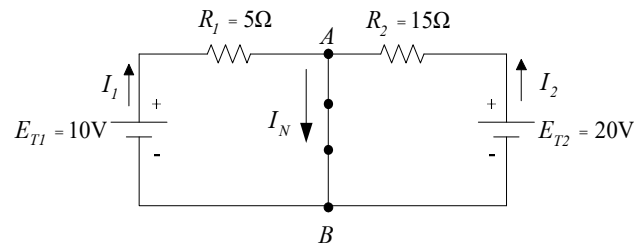
ตัวอย่างที่ 9.2 จงคำนวณหาค่ากระแสไหลผ่านโหลดตัวต้านทาน R_L และกำลังไฟฟ้า P_L ที่โหลด R_L ของวงจรเทียบเท่า Norton ที่กำหนดให้ ดังภาพที่ 9.8 (ชุด อินทะสี. 2553 : 309-310)



ภาพที่ 9.8 วงจรเทียบเท่า Norton แบบ 2 แหล่งจ่ายแรงดัน

วิธีทำ

1. หาค่าของกระแสเทียบเท่า Norton I_N โดยลัดวงจรโหลด R_L ระหว่างขั้ว A และ B ดังภาพที่ 9.9



ภาพที่ 9.9 การลัดวงจรโหลด R_L ระหว่างขั้ว A และ B

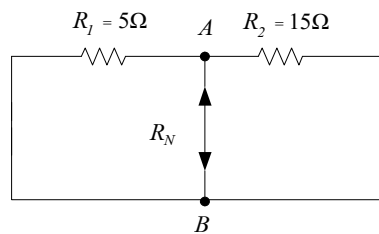
$$I_1 = \frac{E_{T1}}{R_1} = \frac{10\text{V}}{5\Omega} = 2\text{A}$$

$$I_2 = \frac{E_{T2}}{R_2} = \frac{20\text{V}}{15\Omega} = 1.33\text{A}$$

ดังนั้น จะได้ว่า

$$I_N = I_1 + I_2 = 2\text{A} + 1.33\text{A} = 3.33\text{A}$$

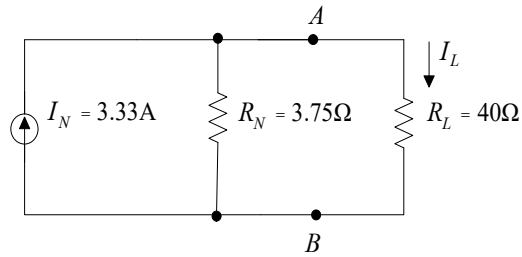
2. หาค่าความต้านทานเทียบเท่า Norton R_N โดยปลด R_L ออกจากขั้ว A และ B แล้ว ลัดวงจรแบตเตอรี่ 10A กับ 20A ดังภาพที่ 9.10



ภาพที่ 9.10 การลัดวงจรแบตเตอรี่ 10A กับ 20A

$$\begin{aligned} R_N &= \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2} \\ &= \frac{5\Omega \times 15\Omega}{5\Omega + 15\Omega} \\ &= 3.75\Omega \end{aligned}$$

3. นำค่า I_N กับ R_N ที่ได้จากการคำนวณมาเขียนวงจรเทียบเท่า Norton ได้โดยการนำ โหลด R_L มาต่อที่ขั้ว A กับ B อีกครั้ง โดยใช้หลักการแบ่งกระแส ดังภาพที่ 9.11

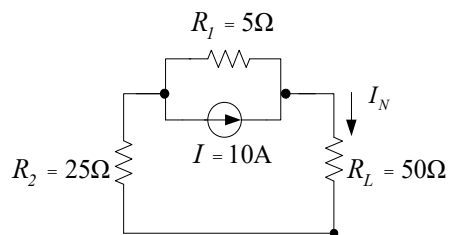


ภาพที่ 9.11 วงจรเทียบเท่า Norton แบบมีโหลด R_L

$$\begin{aligned}
 I_L &= I_N \times \frac{R_N}{R_N + R_L} \\
 &= 3.33\text{A} \times \frac{3.75\Omega}{3.75\Omega + 40\Omega} \\
 &= 0.28\text{A} \\
 P_L &= I_L^2 \times R_L \\
 &= (0.28)^2\text{A} \times 40\Omega \\
 &= 3.13\text{W}
 \end{aligned}$$

ดังนั้น สามารถสรุปได้ว่า ค่ากระแสที่ไหลผ่านความต้านทาน I_L มีค่าเท่ากับ 0.28A และค่ากำลังไฟฟ้า P_L มีค่าเท่ากับ 3.13W

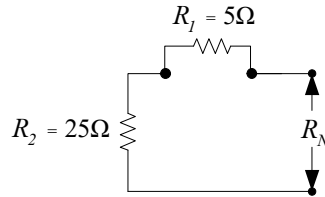
ตัวอย่างที่ 9.3 จงคำนวณหาค่ากระแสที่ไหลผ่านโหลด R_L วงจรสมมูล Norton ที่กำหนดให้ ดังภาพที่ 9.12



ภาพที่ 9.12 วงจรแหล่งจ่ายกระแสเพียงตัวเดียว

วิธีทำ

1. ทำการปลดโหลด R_L ออก แล้วกำหนดขั้วเป็น A และ B และแหล่งจ่ายกระแสถูกปลดออก ดังภาพที่ 9.13

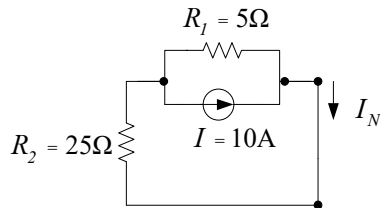


ภาพที่ 9.13 แหล่งจ่ายกระแสถูกปลดออก

2. คำนวณหาค่าความต้านทาน R_N ที่ขั้ว A และ B ดังภาพที่ 9.13

$$R_N = R_1 + R_2 = 5\Omega + 25\Omega = 30\Omega$$

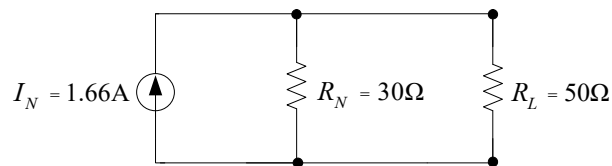
3. คำนวณหาค่ากระแสเทียบเท่า Norton I_N โดยเทียบกับกระแสในวงจรเท่ากับ 10A ดังภาพที่ 9.14



ภาพที่ 9.14 วงจรเทียบเท่ากระแส Norton

$$\begin{aligned} I_N &= \frac{R_1 \times I}{R_1 + R_2} = \frac{5\Omega \times 10A}{5\Omega + 25\Omega} \\ &= \frac{50}{30} \\ &= 1.66A \end{aligned}$$

4. เขียนวงจรสมมูล Norton และทำการต่อโหลดที่ปลดออกจากขั้นตอนที่ 1 เข้าไปที่ขั้ว A และ B และคำนวณหาค่ากระแสได้ดังภาพที่ 9.15

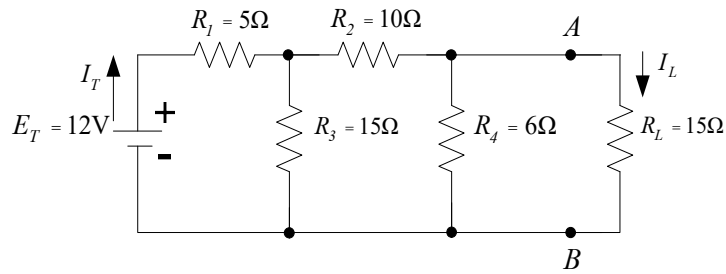


ภาพที่ 9.15 วงจรสมมูล Norton

$$\begin{aligned}
 I_L &= \frac{R_N \times I_N}{R_N + R_L} = \frac{30\Omega \times 1.66A}{30\Omega + 50\Omega} \\
 &= \frac{49.8}{80} \\
 &= 0.62A \approx 6.2mA
 \end{aligned}$$

ดังนั้น สามารถสรุปได้ว่ากระแสที่ไหลผ่าน $R_L = 50\Omega$ มีค่าเท่ากับ 6.2mA

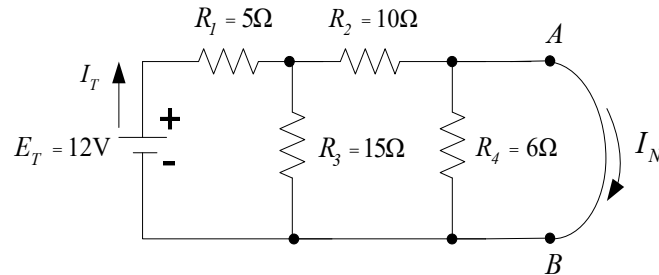
ตัวอย่างที่ 9.4 จงคำนวณหาค่ากระแสที่ไหลผ่านโหลด R_L ที่กำหนดให้ ดังภาพที่ 9.16



ภาพที่ 9.16 วงจรไฟฟ้าแบบผสมและการกำหนดขั้ว A และ B

วิธีทำ

1. เมื่อลัดวงจรระหว่างขั้ว A และ B จะทำให้ความต้านทาน 6Ω ถูกลัดวงจรด้วย ฉะนั้นจึงไม่มีกระแสไหลผ่านความต้านทาน 6Ω ดังภาพที่ 9.17

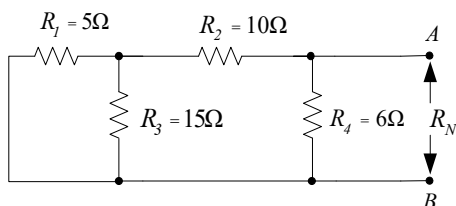


ภาพที่ 9.17 การปลดโหลดตัวต้านทานที่ขั้ว A และ B

$$\begin{aligned}
 I_T &= \frac{E_T}{R_1 + (R_3 \times R_2) / (R_3 + R_2)} = \frac{12V}{5\Omega + (15\Omega \times 10\Omega) / (15\Omega + 10\Omega)} \\
 &= 1.09A \\
 I_N &= I_T \times \frac{R_3}{R_3 + R_2} = 1.09A \times \frac{15\Omega}{15\Omega + 10\Omega}
 \end{aligned}$$

$$= 0.65\text{A}$$

2. หาค่าความต้านทานเทียบเท่า Norton R_N โดยลัดวงจรแบตเตอรี่ 12V ดังภาพที่ 9.18



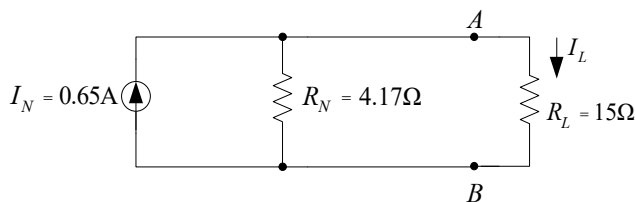
ภาพที่ 9.18 การลัดวงจรแบตเตอรี่

$$\begin{aligned} R_{T1} &= \frac{R_1 \times R_3}{R_1 + R_3} \\ &= \frac{5\Omega \times 15\Omega}{5\Omega + 15\Omega} \\ &= 3.75\Omega \end{aligned}$$

จะได้ว่า

$$\begin{aligned} R_N &= \frac{R_4 \times (R_2 + R_{T1})}{R_4 + R_2 + R_{T1}} \\ &= \frac{6\Omega \times (10\Omega + 3.75\Omega)}{6\Omega + 10\Omega + 3.75\Omega} \\ &= 4.17\Omega \end{aligned}$$

3. นำค่า I_N กับ R_N ที่ได้จากการคำนวณมาเขียนวงจรเทียบเท่า Norton ได้โดยการนำ R_L มาต่อที่ขั้ว A และ B อีกครั้ง ดังภาพที่ 9.19



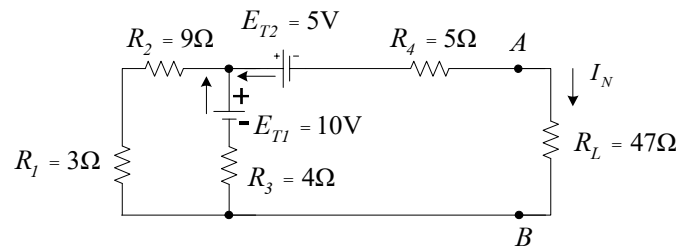
ภาพที่ 9.19 วงจรกระแสเทียบเท่า Norton

$$I_L = I_N \times \frac{R_N}{R_N + R_L}$$

$$\begin{aligned}
 &= 0.65\text{A} \times \frac{4.17\Omega}{4.17\Omega + 15\Omega} \\
 &= 0.14\text{A}
 \end{aligned}$$

ดังนั้น สามารถสรุปได้ว่า ค่ากระแสที่ไหลผ่านความต้านทาน R_L มีค่าเท่ากับ 0.14A

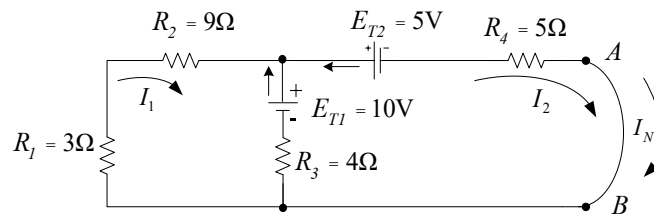
ตัวอย่างที่ 9.5 จงคำนวณหาค่ากระแสที่ไหลผ่านโหลด R_L ที่กำหนดให้ ดังภาพที่ 9.20



ภาพที่ 9.20 การกำหนดขั้ว A และ B

วิธีทำ

1. หาค่ากระแสเทียบเท่า Norton I_N โดยลัดวงจรระหว่างขั้ว A และ B ดังภาพที่ 9.21



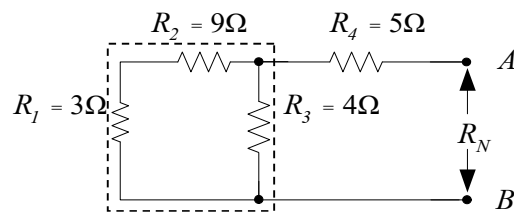
ภาพที่ 9.21 การลัดวงจรระหว่างขั้ว A และ B

$$\begin{aligned}
 I_N &= \frac{\begin{vmatrix} (R_1 + R_2 + R_3) & -E_{T1} \\ -R_3 & (E_{T1} - E_{T2}) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} (R_1 + R_2 + R_3) & -R_3 \\ -R_3 & (R_4 + R_3) \end{vmatrix}} \\
 &= \frac{\begin{vmatrix} (3 + 9 + 4) & -10 \\ -4 & (10 - 5) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} (3 + 9 + 4) & -4 \\ -4 & (5 + 4) \end{vmatrix}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{80 - 40}{144 - 16} \\
 &= \frac{40}{128} \\
 &= 0.31\text{A}
 \end{aligned}$$

ดังนั้น สามารถสรุปได้ว่า กระแสเทียบเท่า Norton I_N มีค่าเท่ากับ 0.31A

2. หาค่าความต้านทานเทียบเท่า Norton R_N ดังภาพที่ 9.22

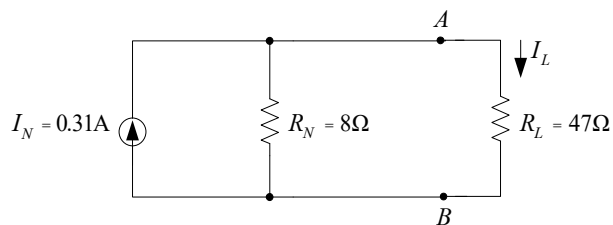


ภาพที่ 9.22 การลัดวงจรแบตเตอรี่ 5V และ 10V

จากภาพที่ 9.22 ทำการลัดวงจรแบตเตอรี่ 5V และ 10V จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
 R_{T1} &= \frac{R_3 \times (R_1 + R_2)}{R_3 + R_1 + R_2} \\
 &= \frac{4\Omega \times (3\Omega + 9\Omega)}{4\Omega + 3\Omega + 9\Omega} \\
 &= 3\Omega \\
 R_N &= R_{T1} + R_4 \\
 &= 3\Omega + 5\Omega \\
 &= 8\Omega
 \end{aligned}$$

3. นำค่า I_N กับ R_N ที่ได้จากการคำนวณมาเขียนวงจรเทียบเท่า Norton ได้โดยการนำ โหลด R_L มาต่อที่ขั้ว A และ B อีกครั้ง ดังภาพที่ 9.23

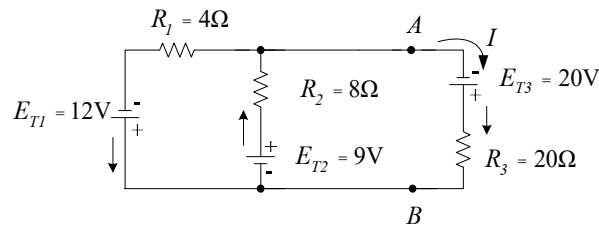


ภาพที่ 9.23 วงจรเทียบเท่า Norton

$$\begin{aligned}
 I_L &= I_N \times \frac{R_N}{R_N + R_L} \\
 &= 0.31\text{A} \times \frac{8\Omega}{8\Omega + 47\Omega} \\
 &= 0.04\text{A}
 \end{aligned}$$

ดังนั้น สามารถสรุปได้ว่ากระแสที่ไหลผ่านความต้านทาน R_L มีค่าเท่ากับ 0.04A

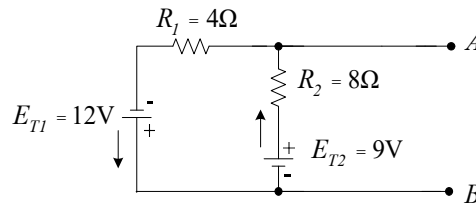
ตัวอย่างที่ 9.6 จงคำนวณหาค่ากระแสที่ไหลผ่านแบตเตอรี่ 20V ที่กำหนดให้ ดังภาพที่ 9.24



ภาพที่ 9.24 การกำหนดขั้ว A และ B ระหว่างแบตเตอรี่ 20V

วิธีทำ

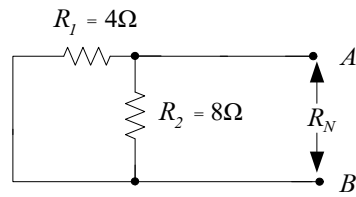
1. หาค่ากระแสเทียบเท่า Norton I_N โดยลัดวงจรระหว่างขั้ว A และ B ดังภาพที่ 9.25



ภาพที่ 9.25 ลัดวงจรระหว่างขั้ว A และ B

$$\begin{aligned}
 I_1 &= \frac{E_{T1}}{R_1} = \frac{12\text{V}}{4\Omega} = 3\text{A} \\
 I_2 &= \frac{E_{T2}}{R_2} = \frac{9\text{V}}{8\Omega} = 1.12\text{A} \\
 I_N &= I_1 - I_2 = 3\text{A} - 1.12\text{A} = 1.88\text{A}
 \end{aligned}$$

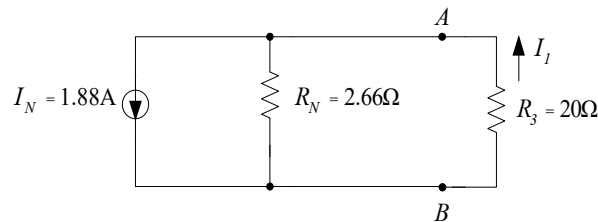
2. หาค่าความต้านทานเทียบเท่า Norton R_N โดยการลัดวงจรแบตเตอรี่ 12V และ 9V ดังภาพที่ 9.26



ภาพที่ 9.26 การลัดวงจรแบตเตอรี่ 12V และ 9V

$$R_N = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2} = \frac{4\Omega \times 8\Omega}{4\Omega + 8\Omega} = 2.66\Omega$$

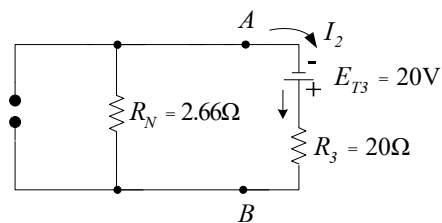
3. นำค่า I_N กับ R_N ที่ได้จากการคำนวณมาเขียนวงจรเทียบเท่า Norton และหาค่าของกระแสที่ไหลผ่านแบตเตอรี่ 20V ซึ่งตอนแรกลัดวงจรแบตเตอรี่ 20V ดังภาพที่ 9.27



ภาพที่ 9.27 วงจรเทียบเท่า Norton

$$I_1 = I_N \times \frac{R_N}{R_N + R_3} = 1.88A \times \frac{2.66\Omega}{2.66\Omega + 20\Omega} = 0.22A$$

4. ทำการเปิดวงจรแหล่งจ่ายกระแส I_N ดังภาพที่ 9.28



ภาพที่ 9.28 เปิดวงจรแหล่งจ่ายกระแส I_N

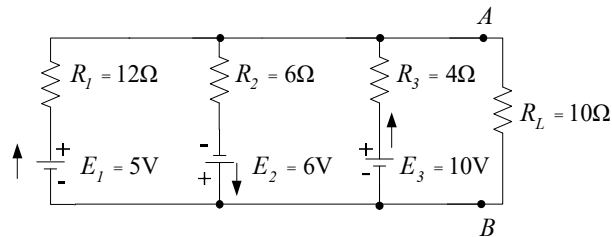
$$\begin{aligned}
 I_2 &= \frac{E_{T3}}{R_N + R_3} \\
 &= \frac{20\text{V}}{2.66\Omega + 20\Omega} \\
 &= 0.88\text{A}
 \end{aligned}$$

จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
 I &= I_2 - I_1 \\
 &= 0.88\text{A} - 0.22\text{A} \\
 &= 0.66\text{A}
 \end{aligned}$$

ดังนั้น สามารถสรุปได้ว่า ค่ากระแสที่ไหลผ่านแบตเตอรี่ 20V มีค่าเท่ากับ 0.66A

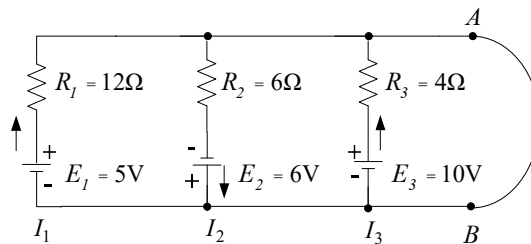
ตัวอย่างที่ 9.7 จงคำนวณหาค่ากระแสที่ไหลผ่านโหลด R_L ที่กำหนดให้ ดังภาพที่ 9.29



ภาพที่ 9.29 วงจรไฟฟ้าประกอบด้วยแหล่งจ่ายไฟ 3 ตัว

วิธีทำ

1. หาค่ากระแสเทียบเท่า Norton I_N โดยการปลด R_L ออกจากขั้ว A และ B แล้ว ลัดวงจรระหว่างขั้ว A และ B ดังภาพที่ 9.30



ภาพที่ 9.30 การลัดวงจรระหว่างขั้ว A และ B

$$I_1 = \frac{E_{T1}}{R_1} = \frac{5V}{12\Omega} = 0.41A$$

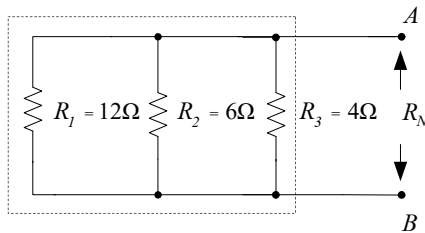
$$I_2 = \frac{E_{T2}}{R_2} = \frac{6V}{6\Omega} = 1A$$

$$I_3 = \frac{E_{T3}}{R_3} = \frac{10V}{4\Omega} = 2.5A$$

จะได้ว่า

$$I_N = I_1 + I_3 - I_2 = 0.41A + 2.5A - 1A = 1.91A$$

2. การหาค่าความต้านทานเทียบเท่า Norton R_N โดยการลัดวงจรแบตเตอรี่ 5V, 6V และ 10V ดังภาพที่ 9.31

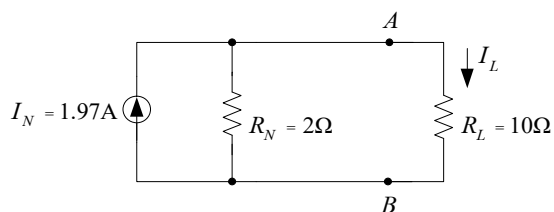


ภาพที่ 9.31 การลัดวงจรแบตเตอรี่ 5V, 6V และ 10V

$$R_{T1} = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2} = \frac{12\Omega \times 6\Omega}{12\Omega + 6\Omega} = 4\Omega$$

$$R_N = \frac{R_{T1} \times R_3}{R_{T1} + R_3} = \frac{4\Omega \times 4\Omega}{4\Omega + 4\Omega} = 2\Omega$$

3. นำค่า I_N และ R_N ที่ได้จากการคำนวณมาเขียนวงจรเทียบเท่า Norton ได้โดยการนำ R_L มาต่อที่ขั้ว A และ B อีกครั้งโดยใช้หลักการของการแบ่งกระแส ดังภาพที่ 9.32

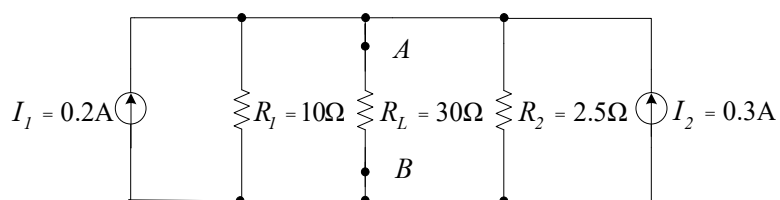


ภาพที่ 9.32 วงจรเทียบเท่า Norton

$$\begin{aligned} I_L &= I_N \times \frac{R_N}{R_N + R_L} \\ &= 1.91\text{A} \times \frac{2\Omega}{2\Omega + 10\Omega} \\ &= 0.32\text{A} \end{aligned}$$

ดังนั้น สามารถสรุปได้ว่า ค่ากระแสที่ไหลผ่านความต้านทาน R_L มีค่าเท่ากับ 0.32A

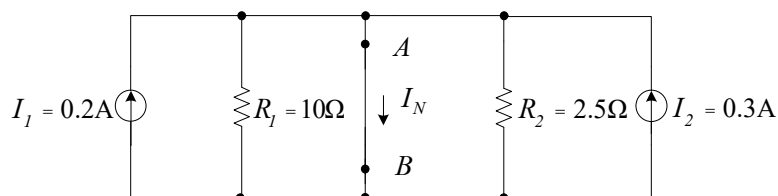
ตัวอย่างที่ 9.8 จงคำนวณหาค่ากระแสที่ไหลผ่าน R_L ที่กำหนดให้ ดังภาพที่ 9.33



ภาพที่ 9.33 วงจรไฟฟ้าแบบ 2 แหล่งจ่ายกระแส I_1 และ I_2

วิธีทำ

1. หาค่ากระแสเทียบเท่า Norton I_N โดยการปลด R_L ออกจากวงจรระหว่างขั้ว A และ B ดังภาพที่ 9.34

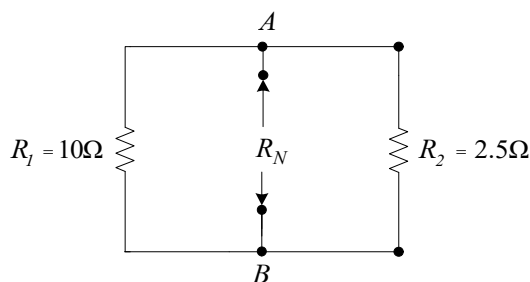


ภาพที่ 9.34 การลัดวงจรระหว่างขั้ว A และ B

จากภาพที่ 9.34 เมื่อลัดวงจรระหว่างขั้ว A และ B จะได้ว่า

$$I_N = I_1 + I_2 = 0.2A + 0.3A = 0.5A$$

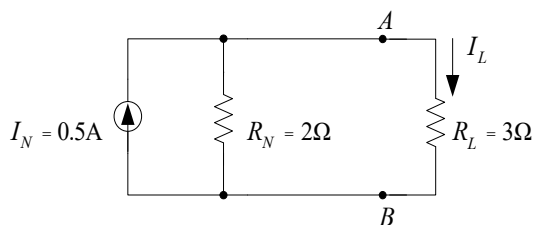
2. การหาค่าความต้านทานเทียบเท่า Norton R_N ดังภาพที่ 9.35



ภาพที่ 9.35 การเปิดวงจรแหล่งจ่ายกระแส I_1 และ I_2

$$R_N = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2} = \frac{10\Omega \times 2.5\Omega}{10\Omega + 2.5\Omega} = 2\Omega$$

3. นำค่า I_N กับ R_N ที่ได้จากการคำนวณมาเขียนวงจรเทียบเท่า Norton ได้โดยการนำ โหลด R_L มาต่อที่ขั้ว A และ B อีกครั้งหนึ่งโดยใช้หลักการของการแบ่งกระแส ดังภาพที่ 9.36



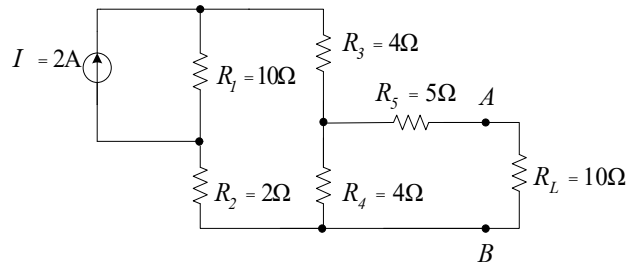
ภาพที่ 9.36 วงจรเทียบเท่า Norton

$$I_L = I_N \times \frac{R_N}{R_N + R_L} = 0.5A \times \frac{2\Omega}{2\Omega + 3\Omega}$$

$$= 0.2A$$

ดังนั้น สามารถสรุปได้ว่า ค่ากระแสที่ไหลผ่านความต้านทาน R_L มีค่าเท่ากับ 0.2A

ตัวอย่างที่ 9.9 จงคำนวณหาค่ากระแสที่ไหลผ่าน R_L ที่กำหนดให้ ดังภาพที่ 9.37



ภาพที่ 9.37 วงจรไฟฟ้าแบบ 1 แหล่งจ่ายกระแส

วิธีทำ

1. หาค่ากระแสเทียบเท่าอนุกรม I_N โดยการปลด R_L ออกจากขั้ว A และ B แล้วทำการลัดวงจรระหว่างขั้ว A และ B ดังภาพที่ 9.37

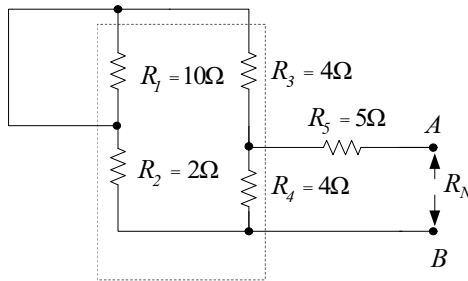
$$\begin{aligned} R_{T1} &= \frac{R_4 \times R_5}{R_4 + R_5} = \frac{4\Omega \times 5\Omega}{4\Omega + 5\Omega} \\ &= 2.22\Omega \end{aligned}$$

จากหลักการของการแบ่งกระแส จะได้ว่า

$$\begin{aligned} I_1 &= I \times \frac{R_1}{R_2 + R_1 + R_3 + R_{T1}} = 2A \times \frac{10\Omega}{2\Omega + 10\Omega + 4\Omega + 2.22\Omega} \\ &= 1.09A \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_N &= I_1 \times \frac{R_4}{R_4 + R_5} = I_1 \times \frac{4\Omega}{4\Omega + 5\Omega} \\ &= 1.09A \times \frac{4\Omega}{9\Omega} \\ &= 0.48A \end{aligned}$$

2. การหาค่าความต้านทานเทียบเท่าอนุกรม R_N ดังภาพที่ 9.38



ภาพที่ 9.38 การหาค่าความต้านทานเทียบเท่า Norton R_N

$$R_{T2} = \frac{R_4 \times (R_2 + R_1 + R_3)}{R_4 + R_2 + R_1 + R_3} = \frac{4\Omega \times (2\Omega + 10\Omega + 4\Omega)}{4\Omega + 2\Omega + 10\Omega + 4\Omega} = 3.2\Omega$$

ดังนั้น จะได้ว่า

$$R_N = R_{T2} + R_5 = 3.2\Omega + 5\Omega = 8.2\Omega$$

3. การหาค่าของกระแสที่ไหลผ่าน R_L จะได้ว่า

$$I_L = I_N \frac{R_N}{R_N + R_L} = 0.48A \times \frac{8.3k\Omega}{7.2k\Omega + 10k\Omega} = 0.22A$$

ดังนั้น สามารถสรุปได้ว่ากระแสที่ไหลผ่านความต้านทาน R_L มีค่าเท่ากับ 0.22A

จากการศึกษาตัวอย่างการวิเคราะห์วงจรตามทฤษฎีของนอร์ตัน สามารถนำหลักการทฤษฎีของนอร์ตันมาใช้ในการแก้ปัญหาคำนวณหาค่าปริมาณทางไฟฟ้าต่าง ๆ ในวงจรไฟฟ้าบางกรณีที่ไม่เหมาะในการนำรูปแบบการวิเคราะห์วงจรตามทฤษฎีของเทเวนินตามเนื้อหาในบทที่ 8 มาใช้ในการคำนวณหากระแสที่ไหลผ่านตัวต้านทานแต่ละตัว ซึ่งวงจรสมมูลนอร์ตันจึงเป็นอีกวิธีหนึ่งที่สามารถวิเคราะห์วงจรได้อย่างเหมาะสมกว่า

สรุป

ทฤษฎีของนอร์ตัน (Norton's Theorem) เป็นวิธีการวิเคราะห์วงจรไฟฟ้าที่ตรงข้ามกับทฤษฎีเทเวนิน สามารถสรุปทฤษฎีของนอร์ตันได้ว่าในวงจรลิเนียร์หรือวงจรในลักษณะเป็นเชิงเส้นใด ๆ ก็ตามที่มีแหล่งจ่ายไฟฟ้าต่อรวมอยู่ด้วยสามารถยุบวงจรหรือรวมวงจรให้อยู่ในรูปของแหล่งกำเนิด

กระแสได้หรือสามารถยุบวงจรให้เหลือแหล่งกำเนิดกระแสเพียงตัวเดียว และมีค่าความต้านทานภายในต่ออนุกรมและขนานอยู่กับแหล่งกำเนิดกระแส และสำหรับการวิเคราะห์วงจรสมมูลหรือวงจรเทียบเท่าของนอร์ตันซึ่งจะประกอบไปด้วย แหล่งจ่ายกระแสไฟฟ้าต่อขนานกับตัวต้านทาน ซึ่งจะเรียกกระแสนี้ว่ากระแส นอร์ตัน (I_N) และเรียกค่าความต้านทานนี้ว่าความต้านทานนอร์ตัน (R_N)

การวิเคราะห์วงจรตามทฤษฎีของนอร์ตัน สามารถสรุปตามขั้นตอนการวิเคราะห์วงจรได้ว่าการคำนวณหาค่ากระแสเทียบเท่า นอร์ตัน (I_N) และการคำนวณหาค่าความต้านทานเทียบเท่า นอร์ตัน (R_N) มี 5 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 ปลดโหลด R_L หรือส่วนที่เราต้องการหาค่าออก

ขั้นตอนที่ 2 กำหนดขั้วในวงจรที่ตำแหน่งจะปลดโหลดออก ในที่นี้จะกำหนดเป็นขั้ว A และ B

ขั้นตอนที่ 3 คำนวณหาค่าความต้านทาน R_N โดยการทำให้แหล่งจ่ายเป็นศูนย์ทั้งหมด (โดยแหล่งจ่ายกระแสให้ทำการเปิดวงจร และแหล่งจ่ายแรงดันให้ลัดวงจร) และหาค่าความต้านทานระหว่างขั้ว A และ B

ขั้นตอนที่ 4 ทำการลัดวงจรที่ขั้ว A และ B เพื่อคำนวณหาค่ากระแส I_N

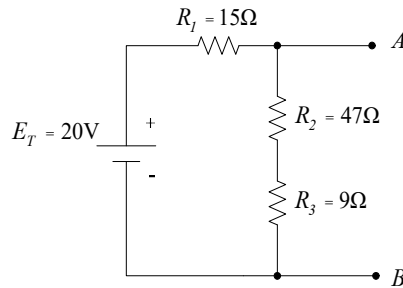
ขั้นตอนที่ 5 เขียนวงจรสมมูลนอร์ตันและนำโหลดที่ปลดออกตามขั้นตอนที่ 1 เข้าไปที่ขั้ว A และ B เพื่อคำนวณหาค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ที่เราต้องการทราบค่า

จากการศึกษาตัวอย่างการวิเคราะห์วงจรตามทฤษฎีของนอร์ตัน สามารถสรุปได้ว่าการนำหลักการของทฤษฎี นอร์ตันมาใช้ในการแก้ปัญหาการคำนวณค่าปริมาณทางไฟฟ้าต่าง ๆ ในวงจรไฟฟ้าบางกรณีที่ไม่เหมาะในการนำรูปแบบการวิเคราะห์วงจรตามทฤษฎีของเทเวนินตามที่ได้ศึกษามาแล้วในบทที่ 8 มาใช้ในการคำนวณ เช่น กรณีที่ต้องการหาค่ากระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวต้านทานทุกตัวในวงจรจะทำให้เสียเวลาในการคำนวณหรือเลือกใช้วิธีการคำนวณตามกฎของเคอร์ชอฟฟ์ตามเนื้อหาในบทที่ 7 นั้นก็จะได้ผลลัพธ์เช่นเดียวกันจะทำให้เสียเวลาในการคำนวณ เพราะถ้าหาค่าความต้านทานที่ต้องการคำนวณค่าเปลี่ยนแปลงค่าไปจะต้องทำการเริ่มต้นการคำนวณใหม่ทุกครั้ง ซึ่งวิธีการตามทฤษฎีของนอร์ตันสามารถคำนวณหาค่ากระแสซึ่งจะทำให้ลดระยะเวลาในการคำนวณให้รวดเร็วมากยิ่งขึ้น

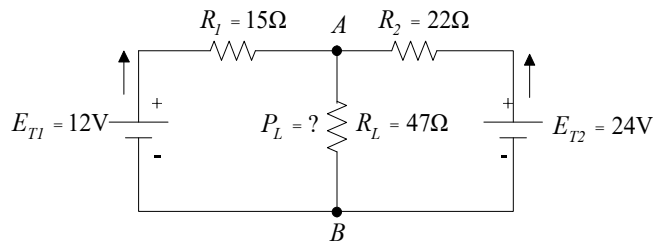
คำถามท้ายบท

ให้นักศึกษาวิเคราะห์วงจรไฟฟ้ากระแสตรงตามทฤษฎีของนอร์ตัน และตอบคำถามให้ถูกต้องดังต่อไปนี้

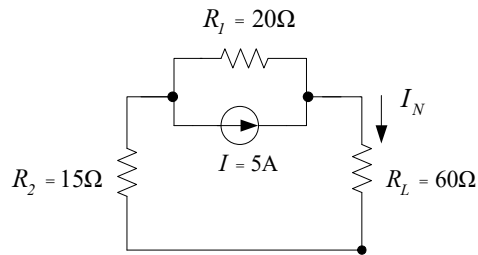
1. จงบอกลำดับขั้นตอนการวิเคราะห์วงจรไฟฟ้าตามทฤษฎีของนอร์ตัน มีขั้นตอนอะไรบ้าง
2. จงคำนวณหาค่ากระแสที่ไหลผ่าน $R_L = 470\Omega$ ระหว่างขั้ว A และ B จากภาพวงจรต่อไปนี้



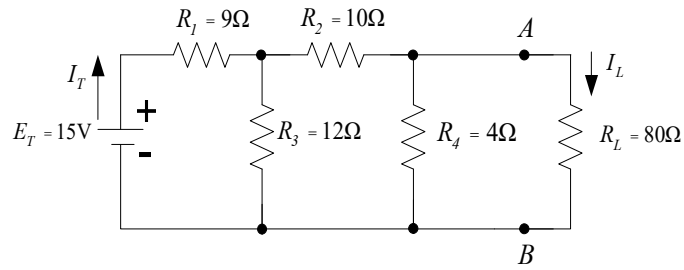
3. จงคำนวณหาค่ากระแสที่ไหลผ่านโหลดตัวต้านทาน R_L และหาค่ากำลังไฟฟ้า P_L ที่โหลด R_L จากภาพวงจรต่อไปนี้



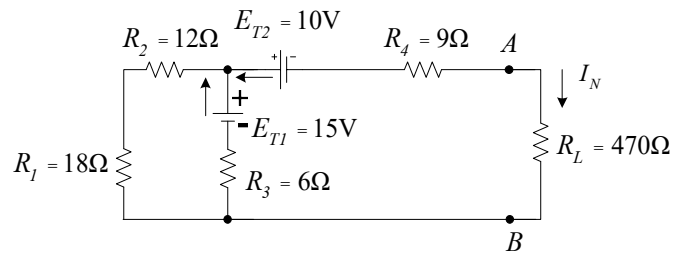
4. จงคำนวณหาค่ากระแสที่ไหลผ่านโหลด R_L จากภาพวงจรต่อไปนี้



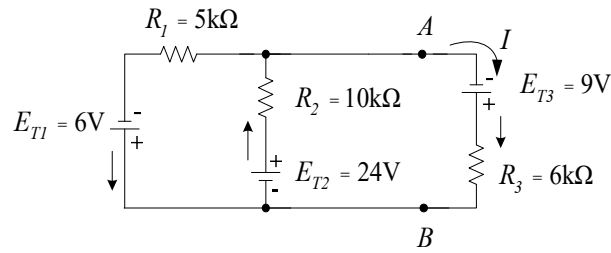
5. จงคำนวณหาค่ากระแสที่ไหลผ่านโหลด R_L จากภาพวงจรต่อไปนี้



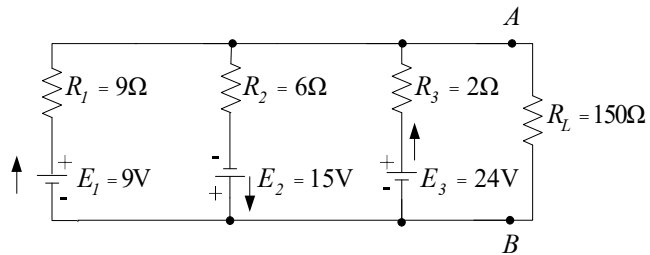
6. จงคำนวณหาค่ากระแสที่ไหลผ่านโหลด R_L จากภาพวงจรต่อไปนี้



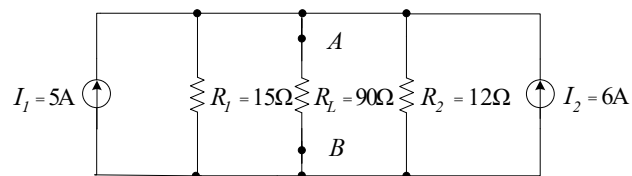
7. จงคำนวณหาค่ากระแสที่ไหลผ่านแบตเตอรี่ 9V จากภาพวงจรต่อไปนี้



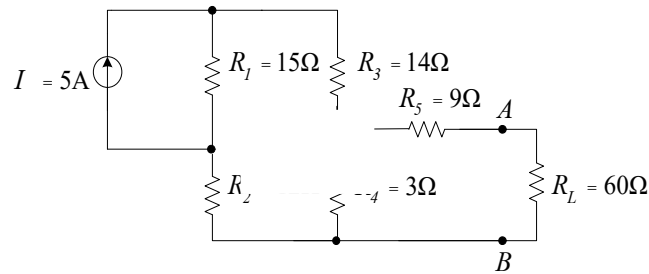
8. จงคำนวณหาค่ากระแสที่ไหลผ่านโหลด R_L จากภาพวงจรต่อไปนี้



9. จงคำนวณหาค่ากระแสที่ไหลผ่านโหลด R_L จากภาพวงจรต่อไปนี้



10. จงคำนวณหาค่ากระแสที่ไหลผ่านโหลด R_L จากภาพวงจรต่อไปนี้



เอกสารอ้างอิง

- โกศล โอฬารไพโรจน์. (2556). **วงจรไฟฟ้า 1 ภาคไฟตรง**. กรุงเทพฯ : บริษัทซีเอ็ดยูเคชั่น จำกัด (มหาชน).
- เจษฎา ชินรุ่งเรือง. (2557). **ทฤษฎีวงจรไฟฟ้าเบื้องต้น**. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ชัยชนา ตั้งวงศ์ศานต์ และคณะ. (2556). **ทฤษฎีวงจรไฟฟ้า ภาควงจรกระแสตรง**. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ชัต อินทะสี. (2553). **วงจรไฟฟ้ากระแสตรง**. กรุงเทพฯ : ซีเอ็ดยูเคชั่น.
- โตศักดิ์ ทิศนานุตรริยะ. (2542). **ทฤษฎีและการวิเคราะห์วงจรไฟฟ้ากระแสตรง (DC Circuits)**. กรุงเทพฯ : ซีเอ็ดยูเคชั่น.
- ประสิทธิ์ ภูสมมา. (2553). **การวิเคราะห์วงจรไฟฟ้ากระแสตรง**. กรุงเทพฯ : โอเดียน สโตร์.
- ไมตรี วรวิจิตรยากุล. (2540). **ทฤษฎีวงจรไฟฟ้า เล่ม 2**. กรุงเทพฯ : ศูนย์การพิมพ์พลชัย.
- วิษณุ บัวเทศ. (2558). **การวิเคราะห์วงจรไฟฟ้ากระแสตรง**. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์ปัญญาชน.
- Hayt, W.H., Kemmerly, J., & Durbin, S.M. (2012). **Engineering circuit analysis**. Eighth edition. New York : McGraw Hill Education.
- Boylestad, R.L. (2002). **Introductory Circuit Analysis**. 12th Edition. United States : Prentice Hall.

