ภาคผนวก ค

คู่มือการใช้ชุดกิจกรรมเรียนรู้โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค LT

มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์
Buriram Rajabhat University

คู่มือชุดกิจกรรมการเรียนรู้
วิชาฟิสิกส์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

เรื่อง การเคลื่อนที่แบบหมุน

โรงเรียนนางรองพิทยาคม อ.นางรอง จ.บุรีรัมย์

มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์
Buriram Rajabhat University

คู่มือชุดกิจกรรมการเรียนรู้สำหรับนักเรียน
รายวิชาฟิสิกส์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

วัตถุประสงค์ของชุดกิจกรรมการเรียนรู้

1. เพื่อใช้เป็นสื่อการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน รายวิชาฟิสิกส์
   เรื่อง การเคลื่อนที่ แบบหมุน
2. เพื่อพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
3. เพื่อแก้ไขปัญหาการขาดแคลนสื่อการเรียนการสอน
4. เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนศึกษาค้นคว้าและเรียนรู้ได้ด้วยตนเอง

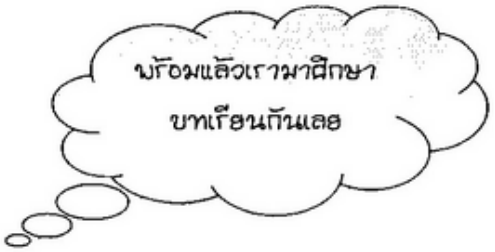
คำชี้แจงในการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้

1. ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนวิชารายวิชาฟิสิกส์
   เรื่อง การเคลื่อนที่ แบบหมุน มี 7 ชุด ดังนี้
   1.1 ความเร็วเชิงมุม
   1.2 ความเร่งเชิงมุม
   1.3 ทอร์ก
   1.4 โมเมนต์ความเฉื่อย
   1.5 พลังงานจลน์ของการหมุน
   1.6 โมเมนตัมเชิงมุม
   1.7 งานของการหมุน
2. ให้นักเรียนศึกษามาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัดและเนื้อหาอย่างละเอียดรอบคอบ
3. การเรียนรู้ด้วยชุดกิจกรรมการเรียนรู้จะต้องปฏิบัติตามขั้นตอนที่กำหนดไว้อย่างเคร่งครัด และมีความซื่อสัตย์ต่อตนเอง
4. ถ้านักเรียนเกิดความสงสัย ไม่เข้าใจหรือมีปัญหา สามารถขอคำแนะนำ จากครูผู้สอนได้ตลอดเวลา
5. เมื่อนักเรียนศึกษาและปฏิบัติกิจกรรมจากชุดกิจกรรมการเรียนรู้ จบแล้วนักเรียนแต่ละคนต้องทำแบบทดสอบหลังเรียน
6. ในการเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนรู้ แต่ละชุด นักเรียนมีเวลาเรียน 2 ชั่วโมง

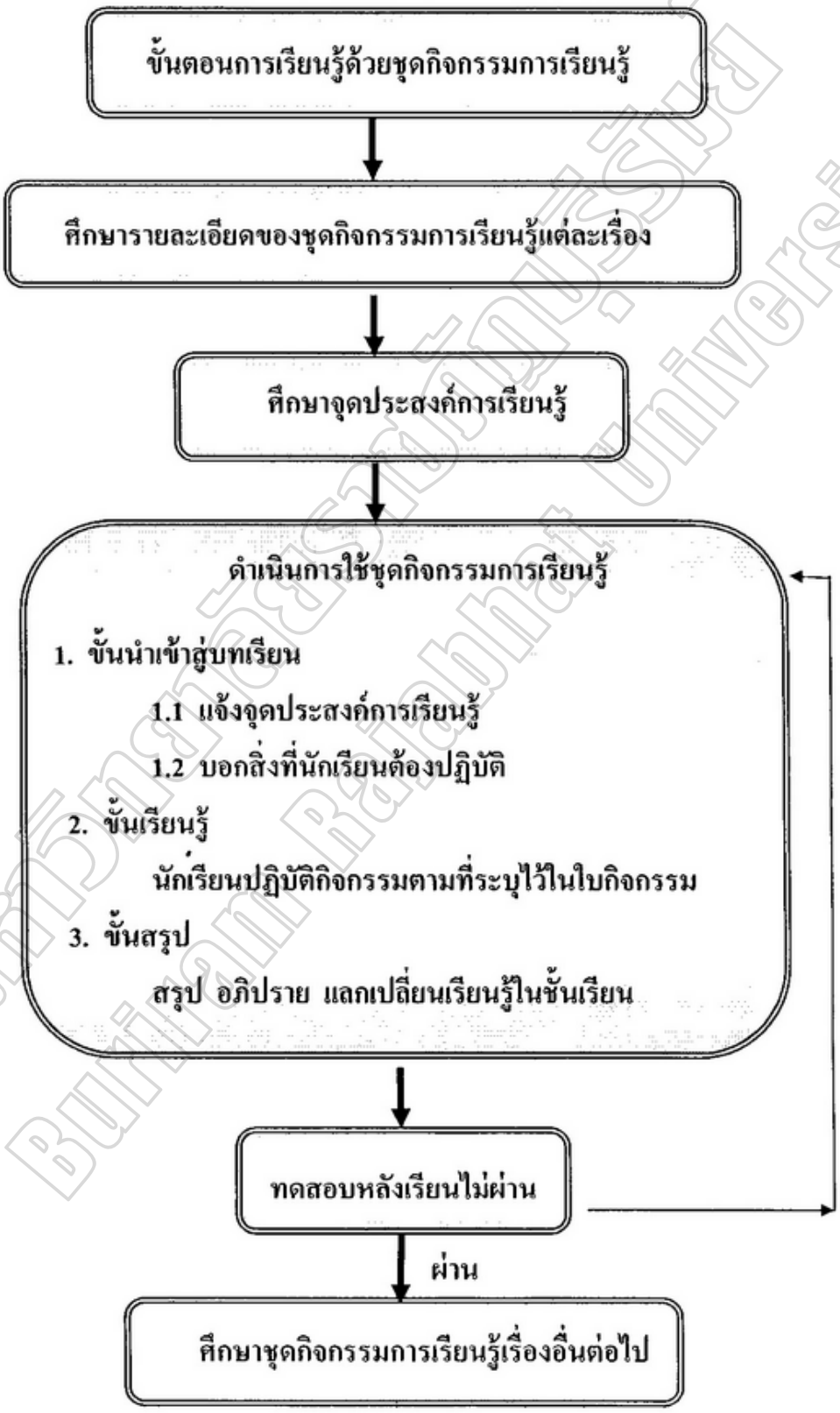
มหาวิทยาลัยบูรพา Burapha University

บทบาทของนักเรียน

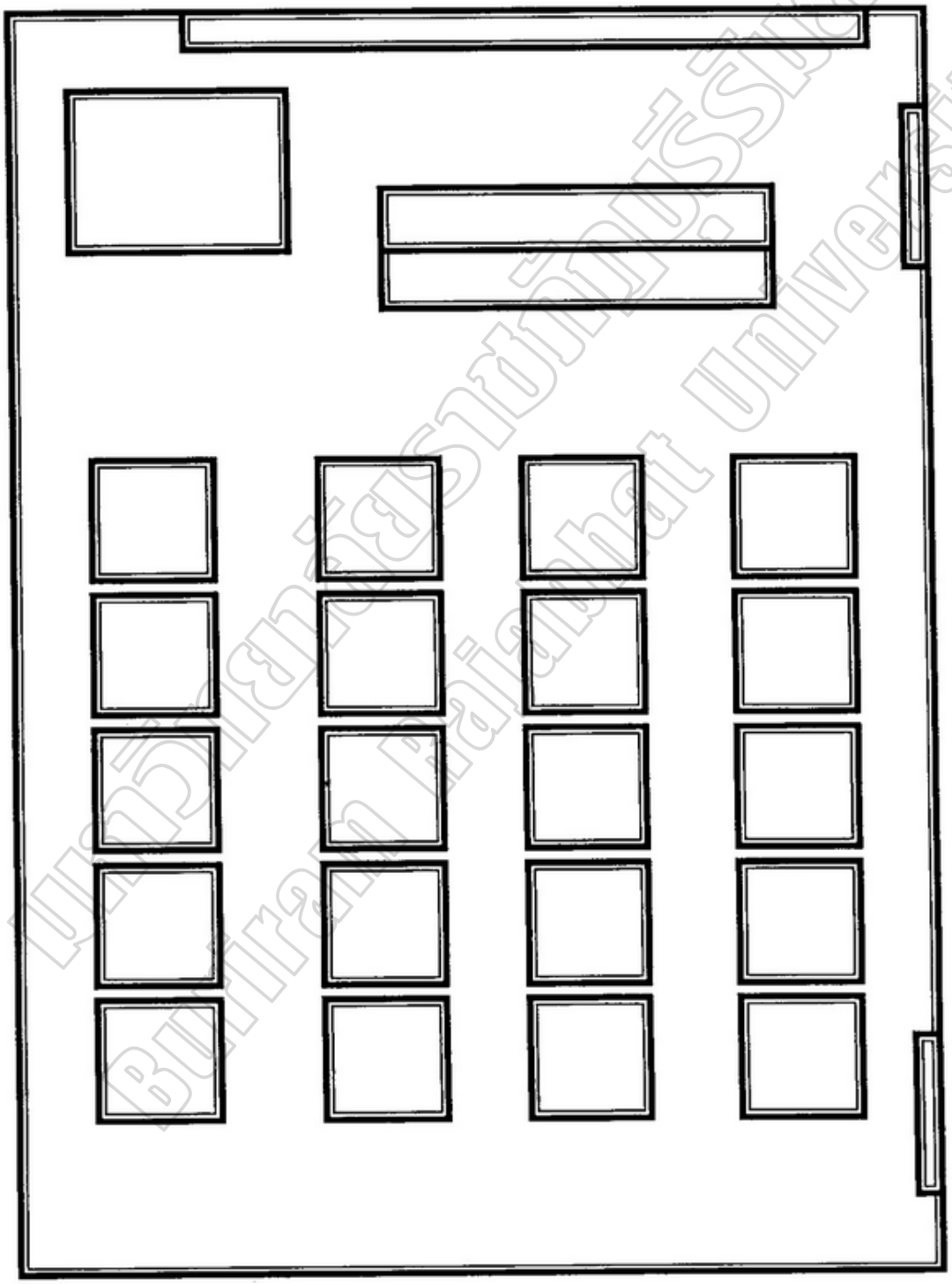
1. ให้นักเรียนรับใบความรู้ไปศึกษา ใช้เวลา 30 นาที
2. นักเรียนอ่านคู่มือการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้และปฏิบัติกิจกรรมตามลำดับขั้นตอน
3. ให้นักเรียนทำกิจกรรมชุดที่ 1 เวลา 15 นาที
4. ให้นักเรียนทำกิจกรรมชุดที่ 2 เวลา 15 นาที
5. ให้นักเรียนทำกิจกรรมชุดที่ 3 เวลา 15 นาที
6. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบ เวลา 30 นาที
7. นักเรียนร่วมกันศึกษามาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้ในชุดกิจกรรมการเรียนรู้ทั้งหมดอย่างละเอียด พร้อมทั้งทำแบบฝึกปฏิบัติ
8. นักเรียนควรมีการวางแผนการทำงาน แบ่งหน้าที่และร่วมกันปฏิบัติกิจกรรม หากเกิดข้อสงสัย ไม่เข้าใจหรือมีปัญหา นักเรียนควรขอคำแนะนำจากครูผู้สอน
9. ในการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนรู้ นักเรียนควรปฏิบัติงานให้ทันเวลาที่กำหนดให้
10. นักเรียนควรมีความร่วมมือร่วมใจ มีความสามัคคี ร่วมกัน แสดงความคิดเห็นและยอมรับเสียงส่วนใหญ่ในการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่ม
11. ก่อนเปลี่ยนคาบเรียน นักเรียนต้องช่วยกันเก็บอุปกรณ์เข้ากล่องให้เรียบร้อยทุกชิ้น ถ้ามีสิ่งใดชำรุดต้องแจ้งให้ครูทราบทันที



มหาวิทยาลัยบูรพา Burapha University


ขั้นตอนการเรียนรู้ด้วยชุดกิจกรรมการเรียนรู้
ศึกษารายละเอียดของชุดกิจกรรมการเรียนรู้แต่ละเรื่อง
ศึกษาจุดประสงค์การเรียนรู้
ดำเนินการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้
1. ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน
1.1 แจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้
1.2 บอกสิ่งที่นักเรียนต้องปฏิบัติ
2. ขั้นเรียนรู้
นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมตามที่ระบุไว้ในใบกิจกรรม
3. ขั้นสรุป
สรุป อภิปราย แลกเปลี่ยนเรียนรู้ในชั้นเรียน
ทดสอบหลังเรียนไม่ผ่าน
ผ่าน
ศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องอื่นต่อไป

แผนผังการจัดชั้นเรียน



ภาคผนวก ง

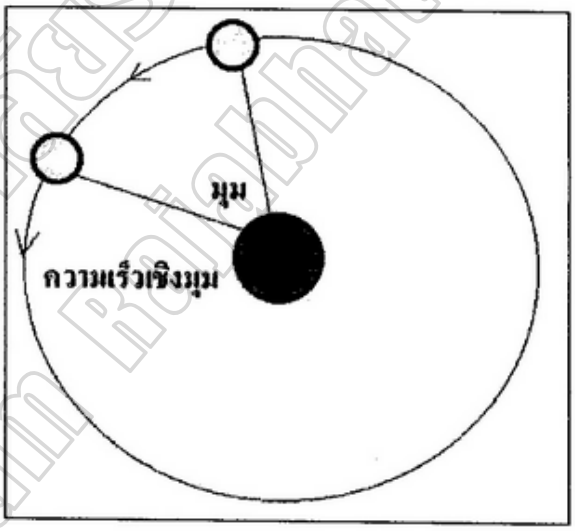
ชุดกิจกรรมเรียนรู้โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค LT

มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์
Buriram Rajabhat University

ชุดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาฟิสิกส์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

เรื่อง ความเร็วเชิงมุม



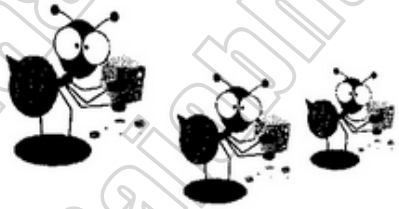
โรงเรียนนางรองพิทยาคม อนางรอง จบุรีรัมย์

มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์
Buriram Rajabhat University

ชุดที่ 1 ความเร็วเชิงมุม

คำชี้แจง

1. ชุดกิจกรรมชุดนี้ประกอบด้วยใบความรู้ 1 เรื่อง
   ให้นักเรียนศึกษารายละเอียดของเนื้อหาให้เข้าใจ ใช้เวลา 45 นาที
2. ให้นักเรียนทำใบกิจกรรม 3 กิจกรรม ใบกิจกรรมละ 15 นาที
3. เมื่อทำกิจกรรมครบแล้ว นักเรียนทำแบบทดสอบ 10 ข้อ เวลา 30 นาที
4. ใช้สำหรับกิจกรรมชุดที่ 1



มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์ Buriram Rajabhat University

ใบความรู้

<u>คำชี้แจง</u> ให้นักเรียนศึกษาใบความรู้ใช้เวลา 45 นาที

การบอกตำแหน่งของวัตถุสำหรับการเคลื่อนที่แนวตรง

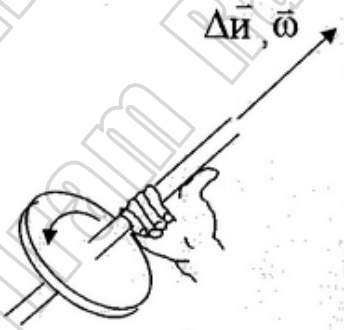
1. ความเร็วเชิงมุม (angular velocity)

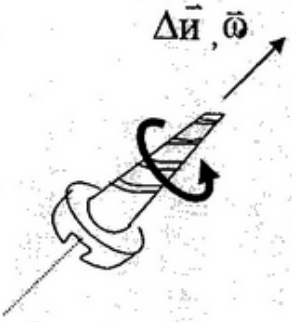
ความเร็วเชิงมุม ($\vec{\omega}$) หมายถึง การกระจัดเชิงมุม ($\vec{\theta}$; angular displacement) ที่เปลี่ยนไปในเวลาหนึ่งหน่วย ซึ่งเขียนเป็นสมการได้ว่า

$$\vec{\omega} = \frac{\Delta\vec{\theta}}{\Delta t}$$

ถ้าการกระจัดเชิงมุมเปลี่ยนไป 90 องศา ในเวลา 0.1 วินาที... จะมีความเร็วเชิงมุมกี่เรเดียน / วินาที

การหาทิศทางของการกระจัดเชิงมุม ($\Delta\vec{\theta}$) หาได้จากการใช้มือขวากำรอบแกนหมุนให้นิ้วทั้งสี่ (ชี้กลางนางก้อย) ชี้วนไปทางเดียวกับทิศทางการหมุนนิ้วหัวแม่มือทาบไปตามแกนหมุนจะได้ว่าทิศของการกระจัดเชิงมุม ($\Delta\vec{\theta}$) จะชี้ตามแนวชี้หัวแม่มือดังรูป

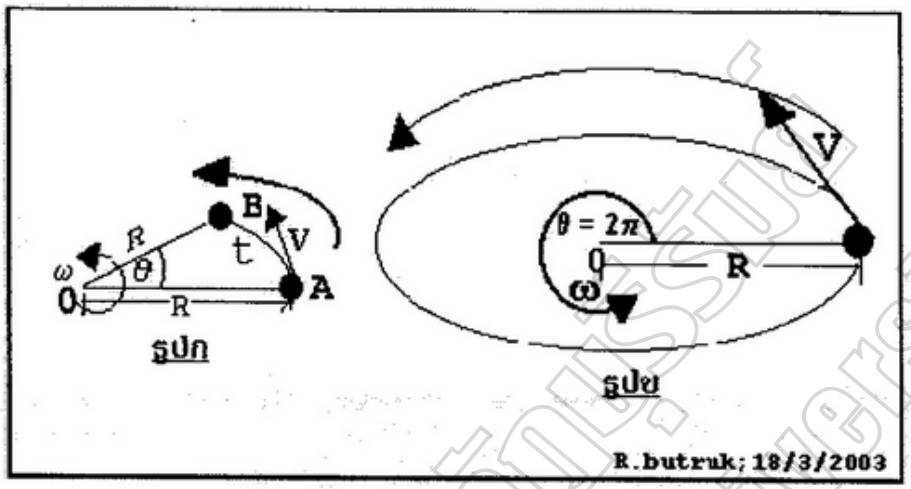




จากรูป ความเร็วเชิงมุม ($\vec{\omega}$) เป็นปริมาณเวกเตอร์จะมีทิศทางเดียวกับ $\Delta\vec{\theta}$ หน่วยของความเร็วเชิงมุมเป็นเรเดียน / วินาที (rad /s) รูป 2 ทิศของการกระจัดเชิงมุม

มหาวิทยาลัยราชภัฏธนบุรี Dhonburi Rajabhat University

ความเร็วเชิงมุม มีหน่วยเป็น เรเดียน/วินาที (Rad/s) เป็นปริมาณเวกเตอร์



จากรูป ก เมื่อวัตถุ เคลื่อนที่จาก A ไปยัง B รัศมี R จะกวาดมุมที่จุดศูนย์กลาง เป็นมุม θ ใช้เวลา t วินาที

เมื่อวัตถุเคลื่อนที่ครบ 1 รอบ (ดังรูป ข) รัศมีจะกวาดมุมที่จุดศูนย์กลาง $\theta = 2\pi$ rad และ เวลาครบรอบ คือ คาบเวลา ดังนั้น

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad \text{rad/s}$$

หรือ $\omega = 2\pi f$ rad/s

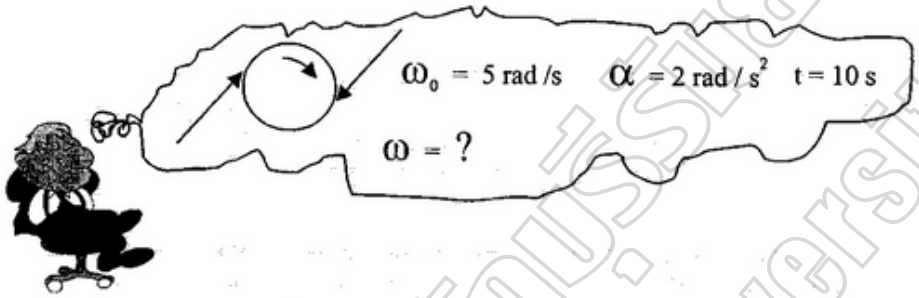
เมื่อ ω คือ อัตราเร็วเชิงมุมของวัตถุที่หมุนรอบแกนหมุน มีหน่วยเป็นเรเดียน/วินาที

θ คือ มุมที่วัดกวาดไปในช่วงเวลาสั้นๆ Δt

ความเร็วเชิงมุม สำหรับวัตถุที่หมุนรอบแกนหมุนทุกๆ จุดบนวัตถุจะมีความเร็วเชิงมุมเท่ากัน ความเร็วในแนวเส้นสัมผัสของทุกๆ จุดบนวัตถุจะแปรผันตามความเร็วเชิงมุมกับระยะทางจากจุดหมุนมายังตำแหน่งนั้นๆ

มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์ Buriram Rajabhat University

ตัวอย่างที่ 1 วัตถุก้อนหนึ่งหมุนรอบตัวเองด้วยความเร็วเชิงมุม 5 เรเดียน เมื่อเร่งให้แรงคู่ควบกระทำทางเดียวกับการหมุนปรากฏว่าวัตถุก้อนนั้นมีความเร่งเชิงมุม 2 เรเดียน / วินาที^{2} จงหาว่าถ้าให้แรงคู่ควบกระทำนาน 10 วินาที ความเร็วเชิงมุมของวัตถุเป็นเท่าใด และเมื่อครบ 10 วินาที แล้วนำแรงคู่ควบนั้นออกวัตถุจะเคลื่อนที่อย่างไร



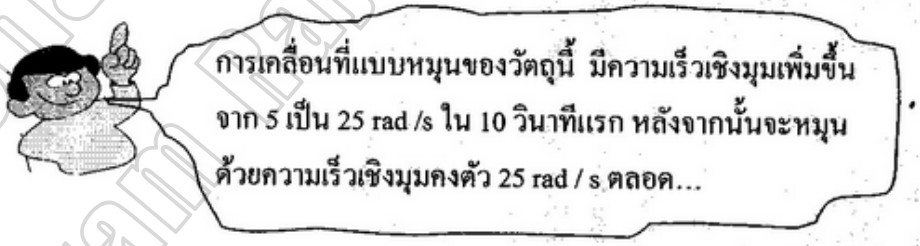
วิธีทำ จาก $\omega = \omega_0 + \alpha t$

$= 5 + 2(10)$

$\therefore \omega = 25$ **rad / s**

เมื่อนำแรงคู่ควบออก จะได้ $\alpha = 0$ และได้ว่า ω จะคงตัว

ดังนั้น ความเร็วเชิงมุมมีค่า 25 เรเดียนต่อวินาที และเมื่อนำแรงคู่ควบออกไป วัตถุจะหมุนด้วยความเร็วเชิงมุมคงตัว 25 เรเดียนต่อวินาที



มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์ Buriram Rajabhat University

การเคลื่อนที่แบบหมุนมีปริมาณต่างๆ ในการเคลื่อนที่คล้ายกับการเคลื่อนที่ในแนวเส้นตรงจึงอาจเปรียบเทียบการเคลื่อนที่ทั้งสองแบบได้ดังตาราง ต่อไปนี้

การเคลื่อนที่ในแนวตรง	การเคลื่อนที่แบบหมุน
$v = u + at$	$\omega = \omega_0 + \alpha t$
$S = ut + \frac{1}{2}at^2$	$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$
$S = \left(\frac{u+v}{2}\right)t$	$\theta = \left(\frac{\omega_0 + \omega}{2}\right)t$
$v^2 = u^2 + 2aS$	$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta$

นักเรียนลองดูตัวอย่างที่เกี่ยวกับการเคลื่อนที่แบบหมุนและมีปริมาณเหล่านี้เกี่ยวข้อง.....

มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์ Buriram Rajabhat University

ใบกิจกรรมที่ 1

<u>คำสั่ง</u> ให้นักเรียนอภิปรายในกลุ่ม ตามประเด็นคำถามต่อไปนี้แล้วเขียนข้อสรุปลงในกระดาษคำตอบนี้ ต่อจากนั้นนักเรียนอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียน เวลา 15 นาที (5 คะแนน)

1. ความเร็วเชิงมุม คือ..... .....
.....(1คะแนน)

2. ความเร็วเชิงมุม (ω)หาได้จากสูตรใดบ้าง
.....
.....
..... (1คะแนน)

3. เข็มวินาทีมีความเร็วเชิงมุมเท่าใด
.....
.....
.....
..... (1คะแนน)

4 . เข็มนาทีมีความเร็วเชิงมุมเท่าใด
.....
.....
..... (1คะแนน)

5. จุดทุกจุดบนจานเสียงที่หมุนมีความเร็วเชิงมุมเท่ากันหรือไม่
.....
....(1คะแนน).

มหาวิทยาลัยราชภัฏธนบุรี Dhonburi Rajabhat University

ใบกิจกรรมที่ 2

<u>คำสั่ง</u> ให้นักเรียนแปลงหน่วยต่อไปนี้แล้วเขียนข้อสรุปลงในกระดาษคำตอบ ต่อจากนั้น นักเรียนอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียน เวลา 15 นาที (5 คะแนน)

1. มุม 5 เรเดียน เป็นจำนวนกี่รอบ..... .....
....
..... (1คะแนน)

2. 300 รอบเป็นกี่มุมเรเดียน.....
.....
..... (1คะแนน)

3. 720 รอบต่อนาที คิดเป็นกี่เรเดียน/วินาที..... .....
.....
.....
..... (1คะแนน)

4. มุม 7 เรเดียน เป็นจำนวนกี่รอบ.....
.....
..... (1คะแนน)

5. มุม 360 องศา คิด เป็นกี่เรเดียน
.....
..... (1คะแนน)

มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์ Buriram Rajabhat University

ใบกิจกรรมที่ 3

ชื่อ..... ชั้น ม. 5 /..... .....เลขที่.....

คำสั่ง ให้นักเรียนสรุปความรู้ที่เกี่ยวกับความเร็วเชิงมุม เป็นแผนผังมโนทัศน์ (Concept Mapping) เวลา 15 นาที (5 คะแนน)

แผนผังมโนทัศน์ (Concept Mapping)

องค์ความรู้เรื่อง ความเร็วเชิงมุม

มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์ Buriram Rajabhat University

แบบทดสอบ

คำสั่ง จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียวเวลา 30 นาที (10 คะแนน)

1. สัญลักษณ์ของความเร็วเชิงมุม คือ ข้อใด

ก. Ω ข. α

ค. θ ง. ω

2. หน่วยของความเร็วเชิงมุม คือ

ก. นิวตัน/เมตร

ข. นิวตัน, เมตร

ค. เมตร/วินาที

ง. เรเดียน/วินาที

3. สมการความเร็วเชิงมุม คือข้อใด

ก. $\omega = \omega_0 + \alpha t$

ข. $\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta$

ค. $\omega = \frac{\theta}{t}$

ง. $\alpha = \frac{\omega}{t}$

4. ความเร็วเชิงมุม คือข้อใด

ก. กระจัดเชิงมุม ที่เปลี่ยนไปในเวลาหนึ่ง

ข. ความเร็ว ที่เปลี่ยนไปในเวลาหนึ่ง

ค. ระยะทาง ที่เปลี่ยนไปในเวลาหนึ่ง

ง. มุมที่กวาดได้ใน ช่วงเวลา

5. ปริมาณใดต่อไปนี้แตกต่างกับปริมาณในข้ออื่น ๆ

ก. ทอร์ก

ข. ความเร็วเชิงมุม

ค. โมเมนต์ความเฉื่อย

ง. โมเมนตัมเชิงมุม

มหาวิทยาลัยราชภัฏบ้านสมเด็จเจ้าพระยา
Banjabhat University

6. ปริมาณใดมีทิศทางเดียวกับความเร็วเชิงมุม

ก. ความเร่งเชิงมุม

ข. โมเมนต์ความเฉื่อย

ค. ทอร์ก

ง. โมเมนตัมเชิงมุม

7. การหมุนจำนวน 720 รอบต่อนาที คิดเป็นกี่เรเดียน/วินาที

ก. 6π

ข. 12π

ค. 24π

ง. 27π

8. วงกลม 300 รอบ คิดเป็นมุมกี่เรเดียน

ก. 60π

ข. 600π

ค. 30π

ง. 300π

9. ขณะวัตถุหมุนเป็นวงกลม ความเร็ว ω มีทิศอย่างไร

ก. อยู่แนวเดียวกับวัตถุ

ข. อยู่แนวเดียวกับแกนหมุน

ค. ตั้งฉากกับวัตถุ

ง. ขนานกับแกนหมุน

10. มุม $\theta = 2\pi$ เรเดียน มีค่าเท่ากับกี่องศา

ก. 90

ข. 180

ค. 270

ง. 360

มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์ Buriram Rajabhat University

เฉลยใบกิจกรรมที่ 1

<u>คำสั่ง</u> ให้นักเรียนอภิปรายในกลุ่ม ตามประเด็นคำถามต่อไปนี้แล้วเขียนข้อสรุปลงในกระดาษคำตอบ ต่อจากนั้นนักเรียนอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียน เวลา 15 นาที (5 คะแนน)

1. **<u>เฉลย</u>** มุมที่จุดศูนย์กลางที่รัศมีกวาดไปได้ใน 1 หน่วยเวลา
2. **<u>เฉลย</u>** $\frac{2\pi}{T}$ หรือ $2\pi f$
3. **<u>เฉลย</u>** 2π rad/s
4. **<u>เฉลย</u>** $\frac{2\pi}{60}$ rad/s
5. **<u>เฉลย</u>** เท่ากัน

มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์ Buriram Rajabhat University

เฉลยใบกิจกรรมที่ 2

<u>คำสั่ง</u> ให้นักเรียนแปลงหน่วยต่อไปนี้แล้วเขียนข้อสรุปลงในกระดาษคำตอบ ต่อจากนั้น นักเรียนอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียน เวลา 15 นาที (5 คะแนน)

1). 2π เรเดียน = 1 รอบ

5 เรเดียน = $\frac{5}{2\pi}$

= 0.8 รอบ

2). 1 รอบ = 2π เรเดียน

30 รอบ = $300 \times 2\pi$

= 600π เรเดียน

3). 1 รอบนาที = $\frac{2\pi}{60}$ เรเดียน/วินาที

720 เรเดียน = $720 \times \frac{2\pi}{60}$

= 24π เรเดียน/นาที

4). 2π เรเดียน = 1 รอบ

7 เรเดียน = $\frac{7}{2\pi}$ รอบ

5). 360 องศา = 1 รอบ

1 รอบ = 2π เรเดียน

มหาวิทยาลัยราชภัฏธนบุรี Dhonburi Rajabhat University

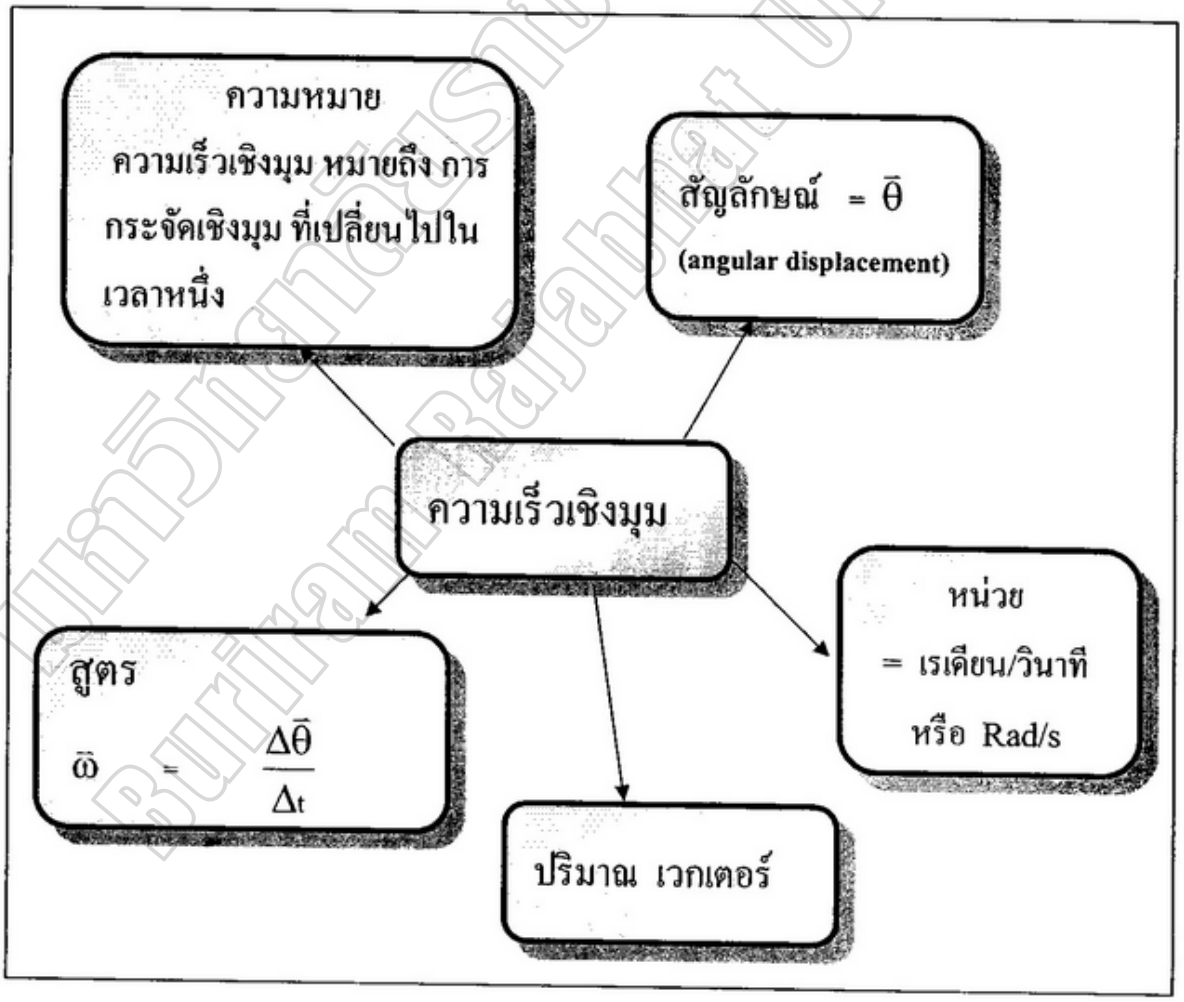
เฉลยใบกิจกรรมที่ 3

ชื่อ..... ชั้น ม. 5 /..... .....เลขที่.....

คำสั่ง ให้นักเรียนสรุปความรู้ที่เกี่ยวกับความเร็วเชิงมุม เป็นแผนผังมโนทัศน์ (Concept Mapping) เวลา 15 นาที (5 คะแนน)

แผนผังมโนทัศน์ (Concept Mapping)

องค์ความรู้เรื่อง ความเร็วเชิงมุม



มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี Rambhai Barni Rajabhat University

เฉลยแบบทดสอบ

คำสั่ง จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

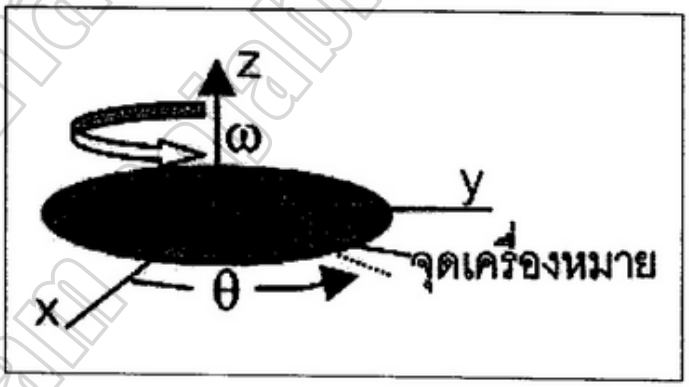
ข้อ	คำตอบ
1	ง
2	ก
3	ง
4	ค
5	ข
6	ก
7	ค
8	ข
9	ข
10	ง

มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์ Buriram Rajabhat University

ชุดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาฟิสิกส์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

เรื่อง ความเร่งเชิงมุม



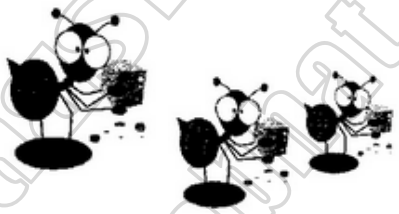
โรจน์ภาคย์ พิทยาคม อนงค์ จันธรรมมี

มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์ Buriram Rajabhat University

ชุดที่ 2 ความเร่งเชิงมุม

คำชี้แจง

1. ชุดกิจกรรมชุดนี้ประกอบด้วยใบความรู้ 1 เรื่อง
   ให้นักเรียนศึกษารายละเอียดของเนื้อหาให้เข้าใจ ใช้เวลา 45 นาที
2. ให้นักเรียนทำใบกิจกรรม 3 กิจกรรม ใบกิจกรรมละ 15 นาที
3. เมื่อทำกิจกรรมครบแล้ว นักเรียนทำแบบทดสอบ 10 ข้อ เวลา 30 นาที
4. ใช้สำหรับกิจกรรมชุดที่ 2



มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์
Buriram Rajabhat University

ใบความรู้

<u>คำชี้แจง</u> ให้นักเรียนศึกษาใบความรู้ แล้วทำกิจกรรมต่างๆต่อไป

ความเร่งเชิงมุม (angular acceleration)

ความเร่งเชิงมุม ($\vec{\alpha}$) หมายถึงความเร็วเชิงมุมที่เปลี่ยนไปในเวลาหนึ่งหน่วย เป็นปริมาณเวกเตอร์ ซึ่งเขียนเป็นสมการได้ว่า

$$\vec{\alpha} = \frac{\Delta\vec{\omega}}{\Delta t}$$

ถ้าความเร็วเชิงมุมเปลี่ยนไป จาก 2 เป็น 8 rad/s ในช่วงเวลา ทอร์ก ในเวลา 2 [illegible] ความเร่งเชิงมุมเป็น ...

เมื่อ $\vec{\alpha}$ คือ ความเร่งเชิงมุม [illegible]

ในการหมุนของวัตถุ [illegible] ของมวลย่อยแต่ละก้อนของวัตถุจะมีการเคลื่อนที่เป็นวงกลม [illegible] จึงมีความเร็วเชิงมุม $\vec{\omega}$ ในการหมุนเท่าๆกัน

จาก $\vec{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$ จะเห็นว่าความเร็วเชิงมุมขึ้นอยู่กับมุมที่เปลี่ยนไป $\Delta\theta$ ในช่วงเวลา Δt นั่นคือมวลย่อยๆ ของวัตถุที่กำลังหมุน มีหมุนเปลี่ยนไปเท่ากัน ก็จะมีความเร็วเชิงมุมเท่ากัน

การเปรียบเทียบการเคลื่อนที่ในแนวเส้นตรงกับการเคลื่อนที่แบบหมุน

เนื่องจากการเคลื่อนที่แบบหมุนมีปริมาณต่างๆ ในการเคลื่อนที่คล้ายกับการเคลื่อนที่ในแนวเส้นตรงจึงอาจเปรียบเทียบการเคลื่อนที่ทั้งสองแบบได้ดังตาราง ต่อไปนี้

การเคลื่อนที่ในแนวตรง	การเคลื่อนที่แบบหมุน	เปรียบเทียบ
$v = u + at$	$\omega = \omega_0 + \alpha t$	$u \Rightarrow \omega_0$
$S = ut + \frac{1}{2}at^2$	$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$	$v \Rightarrow \omega$
$S = \left(\frac{u+v}{2}\right)t$	$\theta = \left(\frac{\omega_0 + \omega}{2}\right)t$	$a \Rightarrow \alpha$
$v^2 = u^2 + 2aS$	$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta$	$S \Rightarrow \theta$

(ในขณะที่ศึกษาอยู่ที่ห้องเรียนเรื่องการเคลื่อนที่แบบหมุน เกิดความสงสัยขึ้นมาว่า...)

ตัวอย่างที่ 1 วัตถุกลมทึบมวลมากรูปร่างสมมาตรรอบแกนหมุนผ่านจุดศูนย์กลางมวลรูปหนึ่งเคลื่อนที่หมุนรอบแกนที่ผ่านจุดศูนย์กลางมวลด้วยความเร็วเชิงมุม 5 เรเดียน/วินาที เมื่อเร่งให้แรงคู่ควบกระทำทางเดียวกับการหมุนด้วยความเร่งเชิงมุมคงตัว 2 เรเดียน/วินาที^{2} จงหาว่าถ้าให้แรงคู่ควบกระทำนาน 10 วินาที วัตถุจะมีความเร็วเชิงมุมเท่าใด และถ้าให้แรงคู่ควบกระทำต่อไปอีกนานเพียงรอบ 10 วินาที แล้วนำแรงคู่ควบนั้นออกวัตถุจะเคลื่อนที่อย่างไร

วิธีทำ จาก $\omega = \omega_0 + \alpha t$

$= 5 + 2(10)$

$\therefore \omega = 25$ rad/s

เมื่อนำแรงคู่ควบออก จะได้ $\alpha = 0$ และได้ว่า ω จะคงตัว

ดังนั้น ความเร็วเชิงมุมมีค่า 25 เรเดียนต่อวินาที และเมื่อนำแรงคู่ควบออกไป วัตถุจะหมุนด้วยความเร็วเชิงมุมคงตัว 25 เรเดียนต่อวินาที

การเคลื่อนที่แบบหมุนของวัตถุนี้ มีความเร็วเชิงมุมเพิ่มขึ้นจาก 5 เป็น 25 rad /s ใน 10 วินาทีแรก หลังจากนั้นจะหมุนด้วยความเร็วเชิงมุมคงตัว 25 rad / s ตลอด...

ตัวอย่างที่ 3 ล้อล้อหนึ่งมีเส้นผ่านศูนย์กลาง 2 เมตร เริ่มหมุนจากหยุดนิ่งด้วยแรงคู่ควบคู่หนึ่งปรากฏว่าล้อมีความเร็วเชิงมุม 40 เรเดียนต่อวินาที ในเวลา 10 วินาที จงหาความเร่งเชิงมุมและมุมที่รัศมีของล้อกวาดไปในเวลานี้

วิธีทำ จาก $\omega = \omega_0 + \alpha t$

$$40 = 0 + \alpha(10)$$

$$\alpha = 4 \text{ rad/s}^2$$

และ $\theta = \left(\frac{\omega_0 + \omega}{2}\right)t$

$$= \left(\frac{0+40}{2}\right)10$$

$$\therefore \quad \theta = 200 \text{ rad}$$

ดังนั้น ความเร่งเชิงมุมมีค่า 4 เรเดียนต่อวินาที^{2} และมุมที่กวาดไปได้มีค่า 200 เรเดียน

การเคลื่อนที่แบบหมุนของวงล้อนี้ มีความเร็วเชิงมุมเพิ่มขึ้นจาก 0 เป็น 40 rad /s ใน 10 วินาทีแรก แสดงว่า จะต้องมี **ทอร์ก** มากระทำให้เกิดความเร่งเชิงมุม 4 rad/s^2 ได้มุมที่กวาดไป 200 เรเดียน...

จากตัวอย่างที่ทำมา 2 ตัวอย่าง วัตถุเกิดการเปลี่ยนสภาพการหมุนได้นั้น
เพราะโมเมนต์ของแรง หรือ ทอร์ก
ถ้า เปลี่ยนสภาพการเคลื่อนที่แบบเลื่อนตำแหน่ง สิ่งที่ทำให้เกิดการเปลี่ยน
สภาพ คือ แรง (F) ตามกฎการเคลื่อนที่ข้อที่สองของนิวตัน $F = ma$
แสดงว่า ถ้าต้องการให้วัตถุจะเคลื่อนที่ด้วยความเร่งมากกว่า

ตัวอย่างที่ 3 ล้ออันหนึ่งหมุนไป [illegible] เรเดียน ได้อัตราเร็วเชิงมุมขณะนั้นได้ 108 เรเดียน/วินาที จงหาความเร่งเชิงมุมของการหมุน

$\omega_i = 108$ rad/s $\omega_f = 0$

$\alpha = ?$ $\theta =$ [illegible] rad

วิธีทำ จาก ω^2 [illegible]

[illegible]

α [illegible] $= 24.92$ rad/s^2

ดังนั้นความเร่งเชิงมุมของการหมุนเท่ากับ 24.92 เรเดียนต่อวินาทียกกำลังสอง

จากตัวอย่างที่ทำมา 3 ตัวอย่าง วัตถุเกิดการเปลี่ยนสภาพการหมุนได้นั้น
เพราะโมเมนต์ของแรง หรือ ทอร์ก
ถ้า เปลี่ยนสภาพการเคลื่อนที่แบบเลื่อนตำแหน่ง สิ่งที่ทำให้เกิดการเปลี่ยน
สภาพ คือ แรง (F)

การเคลื่อนที่แบบหมุนมีปริมาณต่างๆ ในการเคลื่อนที่คล้ายกับการเคลื่อนที่ในแนวเส้นตรงจึงอาจเปรียบเทียบการเคลื่อนที่ทั้งสองแบบได้ดังตาราง ต่อไปนี้

การเคลื่อนที่ในแนวตรง	การเคลื่อนที่แบบหมุน
$v = u + at$	$\omega = \omega_0 + \alpha t$
$s = ut + \frac{1}{2}at^2$	$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$
$s = \left(\frac{u+v}{2}\right)t$	$\theta = \left(\frac{\omega_0 + \omega}{2}\right)t$
$v^2 = u^2 + 2as$	$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta$

การเคลื่อนตำแหน่ง ใช้ แรง (F)

ทอร์ก (τ)

$\vec{F}$ หาได้จาก $\vec{F} = m\vec{a}$

(τ) หาได้จาก อะไร...

ใบกิจกรรมที่ 1

ให้นักเรียนอภิปรายในกลุ่ม ตามประเด็นคำถามต่อไปนี้แล้วเขียนข้อสรุปลงในกระดาษคำตอบนี้ ต่อจากนั้นนักเรียนจะอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียน (5 คะแนน)

ล้อรถจักรยานยนต์หมุนด้วยความเร็วเชิงมุมคงตัว 80 เรเดียนต่อวินาที ถูกห้ามล้อให้หยุดในเวลา 16 วินาที ด้วยความเร่งเชิงมุมกี่เรเดียนต่อ(วินาที)^2 และ ล้อรถหมุนไปได้คิดเป็นกี่เรเดียน (2.5 คะแนน)

วิธีทำ จาก $\alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t} = \frac{\text{.....} - \text{.....}}{\text{.....}}$

$\therefore \alpha = \text{.....}$ rad / s^2

และ $\theta = \left(\frac{\omega_0 + \omega}{2}\right)t = \left(\frac{80 + \text{.....}}{2}\right)(\text{.....})$

$\therefore \theta = \text{.....}$ rad

2. ชายคนหนึ่งขี่จักรยานไปตามถนนตรงจากหยุดนิ่ง ถ้าล้อรถจักรยานของเขามีเส้นผ่านศูนย์กลาง 0.8 เมตร และเคลื่อนที่ไปด้วยความเร่งเชิงมุม 1 เรเดียนต่อ(วินาที)^2 เขาจะขี่จักรยานได้ระยะทางกี่เมตรในเวลา 10 วินาที (2.5 คะแนน)

วิธีทำ จาก $\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$

$\theta = (0)(t) + \frac{1}{2}(\text{.....})(\text{.....})^2 = \text{.....}$ rad

จาก $s = \theta r = (\text{.....})(\text{.....}) = \text{.....}$ เมตร

มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์ Buriram Rajabhat University

ให้นักเรียนแสดงวิธีทำต่อไปนี้แล้วเขียนข้อสรุปลงในกระดาษคำตอบ ต่อจากนั้นนักเรียนจะอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียน (5 คะแนน)

1. ล้ออันหนึ่งหมุนจากหยุดนิ่ง จนกระทั่งมีความเร็วเชิงมุมคงที่ 100 เรเดียน/วินาทีในเวลา 10 วินาที จงหาขนาดความเร่งเชิงมุม α (1 คะแนน)

.....

.....

.....

.....

2. อนุภาคเคลื่อนที่เป็นวงกลมในแนวระดับรัศมี R = 1 เมตร โดยมีความเร็วเชิงมุมคงตัว 5 rad/s^2 ขนาดความเร่งเชิงมุม α มีค่าเป็นเท่าใด (2 คะแนน)

.....

.....

.....

.....

3. เมื่อปิดสวิตซ์ของมอเตอร์ไฟฟ้า ความเร็วเชิงมุมของการหมุนจะเปลี่ยนจาก 1000 รอบ/วินาที เป็น 400 รอบ/วินาที ในเวลา 5 วินาที ขนาดความเร่งเชิงมุม α มีค่าเท่าใด (2 คะแนน)

.....

.....

.....

.....

มหาวิทยาลัยราชภัฏธนบุรี Thonburi Rajabhat University

ใบกิจกรรมที่ 3

ชื่อ..... ชั้น ม. 5 /..... .....เลขที่.....

คำสั่ง ให้นักเรียนสรุปความรู้ที่เกี่ยวกับความเร่งเชิงมุม เป็นแผนผังมโนทัศน์ (Concept Mapping) เวลา 15 นาที (5 คะแนน)

แผนผังมโนทัศน์ (Concept Mapping)

องค์ความรู้เรื่อง ความเร่งเชิงมุม

มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์ Buriram Rajabhat University

แบบทดสอบ

คำสั่ง จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. สัญลักษณ์ของความเร่งเชิงมุม คือ ข้อใด

ก. Ω ข. α

ค. θ ง. ω

2. หน่วยของความเร่งเชิงมุม คือ

ก. นิวตัน/เมตร

ข. นิวตัน, เมตร

ค. เรเดียน/วินาที^{2}

ง. เรเดียน/วินาที

3. สมการความเร่งเชิงมุม คือข้อใด

ก. $\omega = \omega_0 + \alpha t$

ข. $\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta$

ค. $\omega = \frac{\theta}{t}$

ง. $\alpha = \frac{\omega}{t}$

4. ความเร่งเชิงมุม คือข้อใด

ก. กระจัดเชิงมุม ที่เปลี่ยนไปในเวลาหนึ่ง

ข. ความเร็ว ที่เปลี่ยนไปในเวลาหนึ่ง

ค. ระยะทาง ที่เปลี่ยนไปในเวลาหนึ่ง

ง. ความพยายามของแรงที่จะหมุนวัตถุรอบแกนหรือจุดหมุน

5. ความเร่งเชิงมุม เป็นปริมาณใด

ก. เวกเตอร์

ข. สเกลาร์

ค. ทั้งเวกเตอร์และสเกลาร์

ง. โมเมนตัมเชิงมุม

มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์ Buriram Rajabhat University

6. วัตถุหมุนด้วยความเร็วเชิงมุม ω คงตัว ความเร่งเชิงมุม α มีค่าเท่าใด

ก. 0

ข. 90

ค. 180

ง. 360

7. ล้ออันหนึ่งหมุนจากหยุดนิ่ง จนกระทั่งมีความเร็วเชิงมุมคงที่ 100 เรเดียน/วินาทีในเวลา 20 วินาที จงหาขนาดความเร่งเชิงมุม α

ก. 0 rad/s^2

ข. 5 rad/s^2

ค. 10 rad/s^2

ง. 15 rad/s^2

8. อนุภาคเคลื่อนที่เป็นวงกลมในแนวระดับรัศมี R = 1 เมตร โดยมีความเร็วเชิงมุมคงตัว 5 rad/s^2 ขนาดคงวามเร่งเชิงมุม α มีค่าเป็นเท่าใด

ก. 0 rad/s^2

ข. 5 rad/s^2

ค. 10 rad/s^2

ง. 15 rad/s^2

9. ความเร่งเชิงมุม α ของการหมุน มีทิศอย่างไร

ก. อยู่แนวเดียวกับวัตถุ

ข. อยู่แนวเดียวกับแกนหมุน

ค. ตั้งฉากกับระนาบการหมุน

ง.ตรงข้ามกับการเคลื่อนที่ของวัตถุ

10. เมื่อปิดสวิตซ์ของมอเตอร์ไฟฟ้า ความเร็วเชิงมุมของการหมุนจะเปลี่ยนจาก 1000 รอบ/วินาที เป็น 400 รอบ/วินาที ในเวลา 5 วินาที ขนาดความเร่งเชิงมุม α มีค่าเท่าใด

ก. 2π rad/s^2

ข. 5π rad/s^2

ค. 10π rad/s^2

ง. 15π rad/s^2

มหาวิทยาลัยราชภัฏธนบุรี Dhonburi Rajabhat University

เฉลยใบกิจกรรมที่ 1

1. ล้อรถจักรยานยนต์หมุนด้วยความเร็วเชิงมุมคงตัว 80 เรเดียนต่อวินาที ถูกห้ามล้อให้หยุดในเวลา 16 วินาที ด้วยความเร่งเชิงมุมกี่ เรเดียน ต่อ(วินาที)^2 และ ล้อรถหมุนไปได้ดิคเป็นกี่เรเดียน

วิธีทำ จาก $\alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t} = \frac{\text{.....} - \text{.....}}{\text{.....}}$

$\therefore \alpha = \text{.....}\ \text{rad/s}^2$

และ $\theta = \left(\frac{\omega_0 + \omega}{2}\right)t = \left(\frac{80 + \text{.....}}{2}\right)(\text{.....})$

$\therefore \theta = \text{.....}\ \text{rad}$

2. ชายคนหนึ่งขี่จักรยานไปตามถนนตรงจากหยุดนิ่ง ถ้าล้อรถจักรยานของเขามีเส้นผ่านศูนย์กลาง 0.8 เมตร และเคลื่อนที่ไปด้วยความเร่งเชิงมุม 1 เรเดียนต่อ(วินาที)^2 เขาจะขี่จักรยานได้ระยะทางกี่เมตรในเวลา 10 วินาที

วิธีทำ จาก $\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$

$\theta = (0)(t) + \frac{1}{2}(\text{.....})(\text{.....})^2 = \text{.....}\ \text{rad}$

จาก $s = \theta r = (\text{.....})(\text{.....}) = \text{.....}$ เมตร

มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์ Buriram Rajabhat University

เฉลยใบกิจกรรมที่ 2

ให้นักเรียนแปลงหน่วยต่อไปนี้แล้วเขียนข้อสรุปลงในกระดาษคำตอบนี้ ต่อจากนั้นนักเรียนจะอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียน (5 คะแนน)

1). $\alpha = \frac{\Delta\omega}{2\pi}$

$\alpha = \frac{100 - 0}{10}$

$\alpha = \frac{100}{10}$

$\alpha = 10 \text{ rad/s}^2$

2). $\alpha = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\Delta t}$

$\alpha = \frac{0}{\Delta t} \quad (\omega_2 = \omega_1)$

$\alpha = 0 \text{ rad/s}^2$

3). $\omega_1 = 2\pi f = 2\pi x \frac{100}{60} = \frac{10\pi}{3}$

$\omega_2 = 2\pi f = 2\pi x \frac{400}{60} = \frac{40\pi}{3}$

$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$

$\alpha = \frac{\frac{40\pi}{3} - \frac{10\pi}{3}}{5}$

$\alpha = \frac{\frac{30\pi}{3}}{5}$

$\alpha = 2\pi \text{ rad/s}^2$

มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์ Buriram Rajabhat University

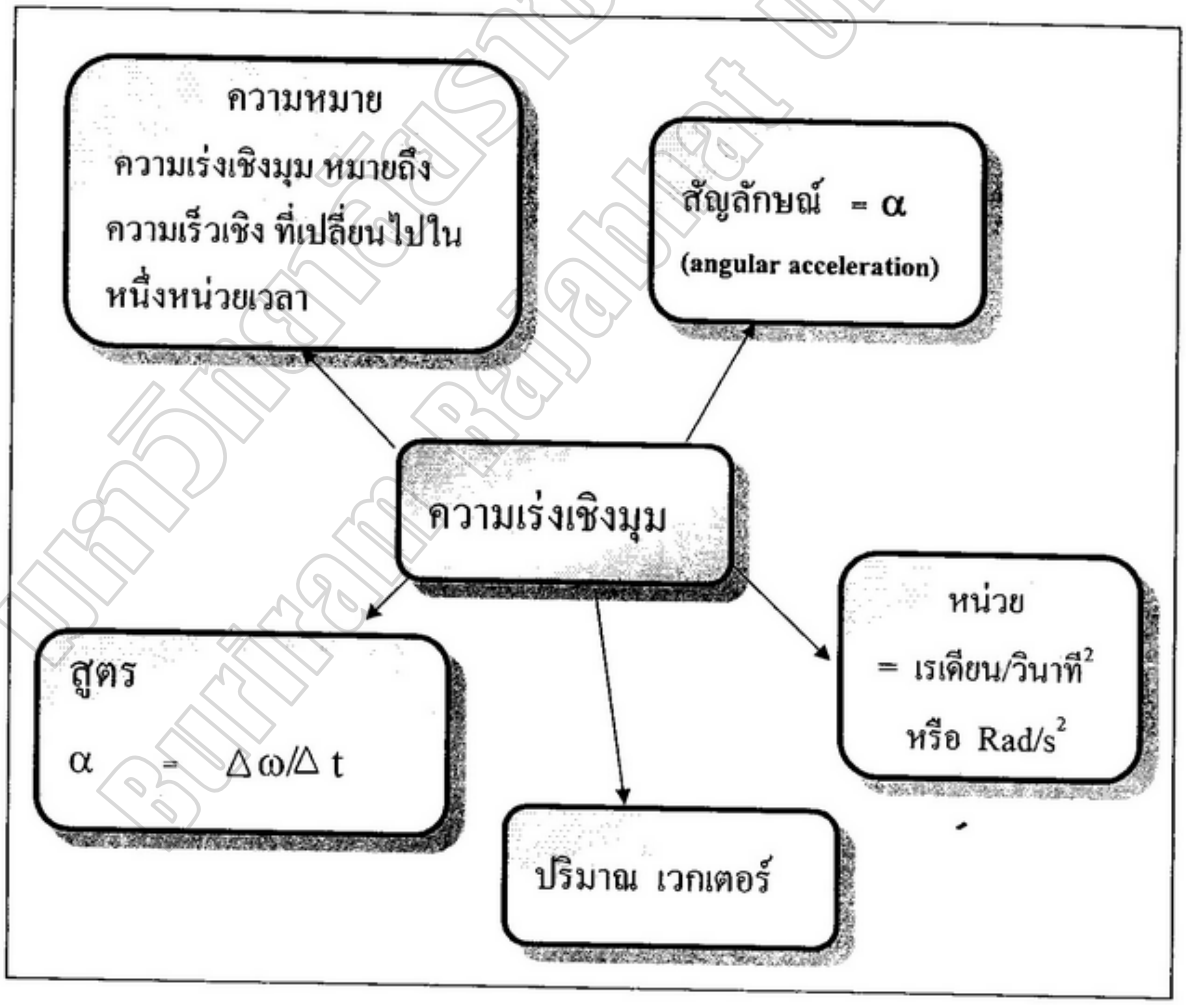
เฉลยใบกิจกรรมที่ 3

ชื่อ..... ชั้น ม. 5 /..... .....เลขที่.....

คำสั่ง ให้นักเรียนสรุปความรู้ที่เกี่ยวกับความเร็วเชิงมุม เป็นแผนผังมโนทัศน์ (Concept Mapping) เวลา 15 นาที (5 คะแนน)

แผนผังมโนทัศน์ (Concept Mapping)

องค์ความรู้เรื่อง ความเร็วเชิงมุม



มหาวิทยาลัยราชภัฏธนบุรี Dhonburi Rajabhat University

เฉลยแบบทดสอบ

คำสั่ง จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

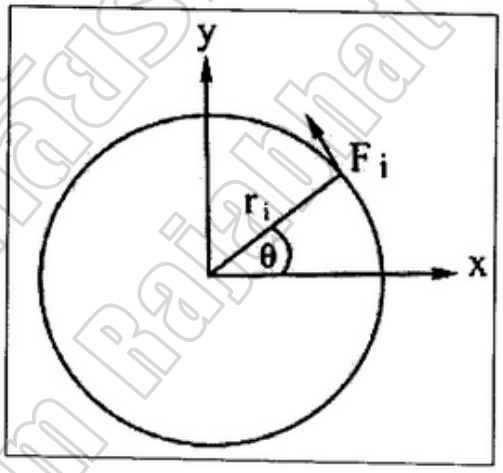
ข้อ	คำตอบ
1	ง
2	ค
3	ง
4	ค
5	ข
6	ก
7	ข
8	ก
9	ค
10	ก

มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์ Buriram Rajabhat University

ชุดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาฟิสิกส์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

เรื่อง ทอร์ก



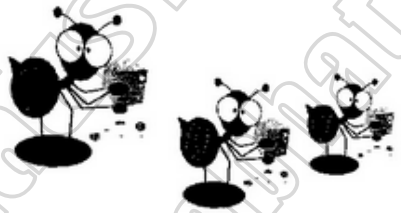
โรงเรียนเทพศิรินทร์ อำเภอเมือง จังหวัดนนทบุรี

มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์
Buriram Rajabhat University

ชุดที่ 3 ทอร์ก

คำชี้แจง

1. ชุดกิจกรรมชุดนี้ประกอบด้วยใบความรู้ 1 เรื่อง
   ให้นักเรียนศึกษารายละเอียดของเนื้อหาให้เข้าใจ ใช้เวลา 45 นาที
2. ให้นักเรียนทำใบกิจกรรม 3 กิจกรรม ใบกิจกรรมละ 15 นาที
3. เมื่อทำกิจกรรมครบแล้ว นักเรียนทำแบบทดสอบ 10 ข้อ เวลา 30 นาที
4. ใช้สำหรับกิจกรรมชุดที่ 3



มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์ Buriram Rajabhat University

ใบความรู้

<u>คำชี้แจง</u> ให้นักเรียนศึกษาใบความรู้ แล้วทำกิจกรรมต่างๆต่อไป

การเคลื่อนที่แบบหมุน

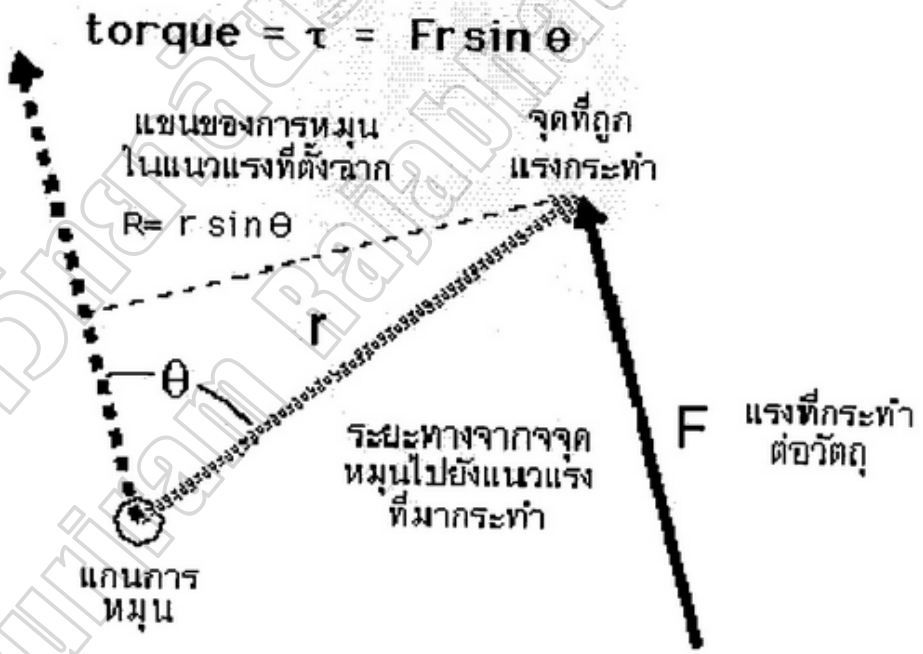
ทอร์ก (Torque

<u>ทอร์ก</u> (Torque) คือ โมเมนต์ของแรงรอบจุดใด ๆ มีค่าเท่ากับผลคูณระหว่างขนาดของ แรง กับระยะทางตั้งฉากจากจุดหมุนมายังแนวแรง

$$\tau = F \times r$$

$\tau = r \times F$
$= r \times p$

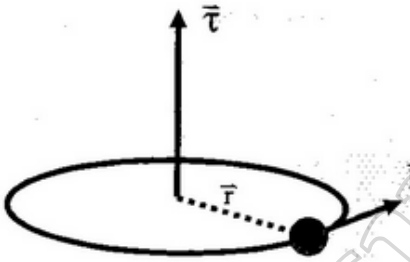
ในกรณีที่แนวแรง (F) และ ระยะทาง (R) ไม่ตั้งฉากกัน



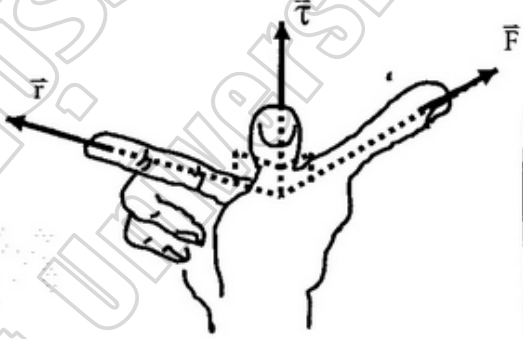
มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์ Buriram Rajabhat University

ทอร์กกับการเคลื่อนที่แบบหมุน

จากความรู้เดิมในเรื่องของโมเมนต์ เมื่อออกแรงกระทำต่อวัตถุและแนวแรงไม่ผ่านจุดศูนย์กลางมวลหรือแกนหมุน ผลที่เกิดขึ้น จะมีการหมุนเกิดขึ้น ซึ่งเรียกว่าเกิดโมเมนต์ของแรงรอบจุดหมุนนั้น เรียกว่า **ทอร์ก** โดยทอร์กเป็นปริมาณเวกเตอร์ มีขนาดเท่ากับ แรงคูณระยะทางที่ลากจากจุดหมุนมาตั้งฉากกับแนวแรงและทิศทางของทอร์กมีทิศตั้งฉากกับระนาบการหมุนดังรูป 1.



รูป 1. ก ทอร์กที่กระทำต่อวัตถุ



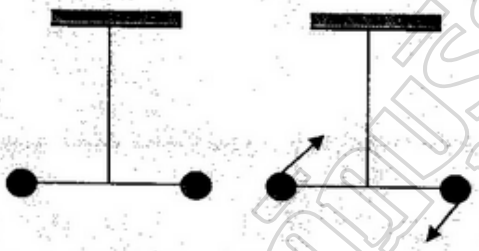
รูป 1. ข แสดงการหาทิศของทอร์ก

จากรูป 1. การหาทิศทางของทอร์ก โดยใช้มือขวาในลักษณะนิ้วชี้ นิ้วกลาง และนิ้วหัวแม่มือตั้งฉากซึ่งกันและกัน แล้ววางนิ้วชี้ไปทางทิศของแรง ($\vec{F}$) นิ้วกลางชี้ตามแนวรัศมี ($\vec{r}$) พุ่งเข้าหาจุดหมุน จะได้ว่า นิ้วหัวแม่มือชี้ทิศทางของทอร์ก ($\vec{\tau}$) ดังรูป 1.ข

ดังนั้น อาจกล่าวสรุปได้ว่า การเคลื่อนที่แบบหมุน จะเกิดการหมุนในลักษณะที่เกิด **ทอร์ก** ($\vec{\tau}$) เมื่อมีทอร์กที่ไม่เป็นศูนย์มากระทำ (โมเมนต์ตามเข็มนาฬิกา ไม่เท่ากับ โมเมนต์ทวนเข็มนาฬิกา ; $\sum\vec{M} \neq 0$)

มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์ Buriram Rajabhat University

จากรูป2. มีลูกตุ้ม 2 ลูกติดกับคาน แล้วผูกด้วยเชือก แขวนไว้ รูป 2 ก. อยู่นิ่ง จะไม่มีทอร์กเกิดขึ้น เพราะ $\Sigma\vec{M}=0$ ส่วน รูป 2 ข. เมื่อมีแรงมากระทำให้เกิดการหมุน จะมี ทอร์กเกิดขึ้น ผล จะทำให้เชือกเส้นนี้ขาดได้ นักเรียน สามารถนำการแสดงหาทิศของทอร์ก จากรูป 1. มาอธิบายได้หรือไม่...อธิบาย



ก. อยู่นิ่ง ข. หมุนตามทิศลูกศร

จากรูป2. ลูกตุ้มติดกับคาน แขวนไว้ด้วยเชือก

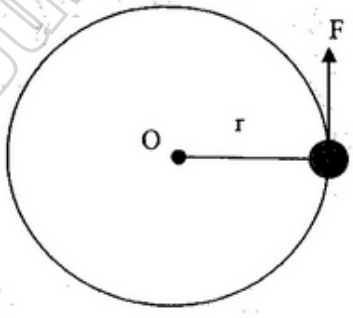
การขันน็อต ให้แน่น และ คายน็อตออกจะ ...เกี่ยวกับ ทอร์ก และทิศทางของทอร์ก อย่างไร...

การหาทอร์ก

ในการศึกษาเรื่องการหมุนของวัตถุเมื่อมีทอร์กที่ไม่เป็นศูนย์มากระทำ ผลที่เกิดขึ้นวัตถุจะหมุนในลักษณะการเปลี่ยนสภาพการหมุนที่มีความเร่งเชิงมุม ตามทิศของทอร์ก ลักษณะเดียวกับการขันน็อตและคาย น็อต

ในที่นี้เราจะเริ่มศึกษาหา ทอร์ก ที่เกิดขึ้นจากการหมุนแบบง่ายๆ เช่น

เมื่อมีมวล m ติดอยู่กับปลายแท่งวัตถุเล็กๆเบาๆ ยาว r โดยปลายอีกข้างหนึ่งตรึงอยู่กับจุด O บนพื้นซึ่งปราศจากแรงเสียดทาน เมื่อมีแรง F มากระทำต่อมวล m ในทิศตั้งฉากกับแท่งวัตถุเล็กๆ ตลอดเวลา โดยแนวแรง F สัมผัสกับแนววงกลมหรือตั้งฉากกับรัศมี r ดังรูป 3.



รูป 3. แสดงแรงกระทำต่อวัตถุทำให้เกิดทอร์ก

จากกฎการเคลื่อนที่ข้อ 2 ของนิวตัน มวล m จะเคลื่อนที่ด้วยความเร่ง ซึ่งมีทิศทางเดียวกับแรง คือมีทิศสัมผัสวงกลมตลอดเวลา ได้ว่า

$$F = ma$$

หรือ $$F.r = ma.r \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

ถ้าภายในช่วงเวลาสั้นๆ Δt ขนาดของความเร็วในแนวสัมผัสเปลี่ยนไป Δv และขนาดของความเร็วเชิงมุมเปลี่ยนไป $\Delta\omega$ จะได้ว่า

$$\Delta v = r\Delta\omega \qquad \text{เมื่อ } (v = \omega r)$$

หรือ $$\frac{\Delta v}{\Delta t} = r\frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

ดังนั้น $$a = r\alpha$$

แทนค่า a ใน (1) จะได้ว่า

$$F.r = mr^2.\alpha \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

จากนิยามของ ทอร์ก (τ) , $\tau = F.r$

จึงได้ว่า $$\tau = mr^2.\alpha$$

จากสมการ $\tau = mr^2.\alpha$ แสดงว่า ทอร์ก(τ) ทำให้วัตถุหมุนด้วยความเร่งเชิงมุมค่าหนึ่ง ความเร่งเชิงมุม (α) จะมีค่ามากหรือน้อย นอกจากขึ้นอยู่กับทอร์ก (τ) แล้ว ยังขึ้นอยู่กับค่ามวลของวัตถุ และระยะห่างของมวลจากจุดหมุน (r) ด้วย หรือกล่าวว่าขึ้นอยู่กับ mr^2 ดังสมการ

$$\alpha = \frac{\tau}{mr^2}$$

แสดงว่าเมื่อใช้ทอร์กค่าหนึ่งกระทำต่อวัตถุ ถ้าวัตถุมีค่า mr^2 มากจะหมุน โดยมีความเร่งเชิงมุม (α) น้อย ค่า mr^2 จึงบอกถึงสมบัติด้านการเปลี่ยนแปลงสภาพการหมุนหรือความเฉื่อยของการหมุนของวัตถุ ซึ่งเรียกว่า โมเมนต์ความเฉื่อย (I ; Moment of inertia) จึงได้ว่า

มหาวิทยาลัยบูรพา Burapha University

$$I = mr^2$$

โมเมนต์ความเฉื่อย เป็นปริมาณสเกลาร์ มีหน่วยเป็น กิโลกรัมเมตรยกกำลังสอง ($kg.m^2$)

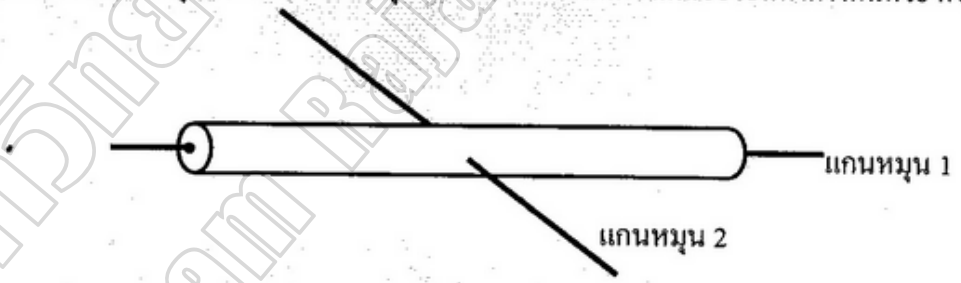
ดังนั้นค่าของทอร์ก (τ) อาจเขียนใหม่ได้ว่า

$$\tau = I\alpha$$

จากสมการที่ได้พบว่า ทอร์ก (τ) และ ความเร่งเชิงมุม (α) มีทิศทางเดียวกัน

จากการศึกษาในขั้นสูงขึ้นต่อไปพบว่า **ค่าโมเมนต์ความเฉื่อยขึ้นอยู่กับมวลและการกระจายของมวล และที่สำคัญอย่างยิ่งคือแกนหมุน ดังนั้น การบอกค่าโมเมนต์ความเฉื่อยต้องบอกด้วยว่าหมุนรอบแกนใด**

จากการทดลองวัตถุเดียวกัน ถ้าแกนหมุนต่างกันค่าโมเมนต์ความเฉื่อยจะมีค่าต่างกันด้วย ดังรูป 4.



รูป 4. การหมุนรอบแกนของท่อโลหะ

พิจารณาการเปลี่ยนสภาพการเลื่อนตำแหน่ง และ การเปลี่ยนสภาพการหมุน

การเปลี่ยนสภาพการเลื่อนตำแหน่ง

จากกฎการเคลื่อนที่ข้อ 2 ของนิวตัน $F = ma$

จะได้ $a = \frac{F}{m}$

1. $a \propto F$

หมายความว่า การเปลี่ยนสภาพการเลื่อนตำแหน่ง จะขึ้นอยู่กับ แรง แบบแปรผันตรง คือ เมื่อมวลของวัตถุคงตัว ถ้าแรงที่มากระทำต่อวัตถุมีค่ามาก ผล จะทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงสภาพการเลื่อนตำแหน่งได้มาก และ ถ้าแรงที่มากระทำต่อวัตถุมีค่าน้อย ผล จะทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงสภาพการเลื่อนตำแหน่งได้น้อย

2. $a \propto \frac{1}{m}$

หมายความว่า การเปลี่ยนสภาพการเลื่อนตำแหน่ง จะขึ้นอยู่กับ มวล แบบแปรผกผัน คือ เมื่อมีแรง คงตัวกระทำต่อวัตถุ ถ้าวัตถุมีมวลมาก ผล จะทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงสภาพการเลื่อนตำแหน่งได้น้อย และ ถ้าวัตถุมีมวลน้อย ผล จะทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงสภาพการเลื่อนตำแหน่งได้มาก

การเปลี่ยนสภาพการหมุน

จากสภาพการหมุนของวัตถุใดๆ $\tau = I\alpha$

จะได้ $\alpha = \frac{\tau}{I}$

1. α แปรผันกับ τ

หมายความว่า การเปลี่ยนสภาพการหมุน (ความเร่งเชิงมุม) จะขึ้นอยู่กับ ทอร์ก (τ) แบบแปรผันตรง คือ เมื่อโมเมนต์ความเฉื่อย(I) ของวัตถุคงตัว ถ้าทอร์ก (τ) ที่มากระทำต่อวัตถุมีค่ามาก ผล จะทำให้เกิดการเปลี่ยนสภาพการหมุน (ความเร่งเชิงมุม) ได้มาก ถ้าทอร์ก (τ) ที่มากระทำต่อวัตถุมีค่าน้อย ผล จะทำให้เกิดการเปลี่ยนสภาพการหมุน (ความเร่งเชิงมุม)ได้น้อย

2. α แปรผันกับ $\frac{1}{I}$

หมายความว่า การเปลี่ยนสภาพการหมุน (ความเร่งเชิงมุม) จะขึ้นอยู่กับ โมเมนต์ความเฉื่อย(I) ของวัตถุ แบบแปรผกผัน คือ เมื่อทอร์ก (τ) ของวัตถุคงตัว ถ้าโมเมนต์ความเฉื่อย(I) ของวัตถุ มีค่ามาก ผล จะทำให้เกิดการเปลี่ยนสภาพการหมุน (ความเร่งเชิงมุม) ได้น้อย ถ้าโมเมนต์ความเฉื่อย(I) ของวัตถุ มีค่าน้อย ผล จะทำให้เกิดการเปลี่ยนสภาพการหมุน (ความเร่งเชิงมุม) ได้มาก

นักเรียน คิดว่า สมการ การเคลื่อนที่แบบเลื่อนตำแหน่ง และ สมการการเคลื่อนที่แบบหมุน มีส่วนคล้ายกัน อย่างไรบ้าง...

มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์ Buriram Rajabhat University

ให้นักเรียนอภิปรายในกลุ่ม ตามประเด็นคำถามต่อไปนี้แล้วเขียนข้อสรุปลงในกระดาษคำตอบนี้ ต่อจากนั้นนักเรียนจะอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียน (5 คะแนน)

1. ทอร์ก คือ.....
..... (1คะแนน)

2. สมการทอร์ก หาได้จากสูตรใดบ้าง
.....
.....
..... (1คะแนน)

3. ทอร์กเป็นปริมาณ เวกเตอร์หรือสเกลาร์
.....
.....
.....
..... (1คะแนน)

4 . อะไรคือสาเหตุที่ทำให้วัตถุเกิดการหมุน
.....
.....
..... (1คะแนน)

5. โมเมนต์ของแรงรอบจุดหมุน เรียกอีกชื่อหนึ่งว่าอะไร
.....
..... (1คะแนน)

มหาวิทยาลัยราชภัฏธนบุรี Dhonburi Rajabhat University

ใบกิจกรรมที่ 2

ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้แล้วเขียนข้อสรุปลงในกระดาษคำตอบนี้ ต่อจากนั้นนักเรียนจะอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียน (5 คะแนน)

1. ทอร์กมีทิศหรือไม่ อย่างไร..... .....
....
..... (1 คะแนน)

2. จงหาทอร์กที่ ทำให้มวล 8 กิโลกรัม รัศมี 25 เซนติเมตร หมุนด้วยความเร่ง 3 เรเดียน/วินาที^{2}
.....
.....
.....
.....(2 คะแนน)

3. จานกลมรัศมี 20 เซนติเมตร มีมวล 100 กิโลกรัม หมุนจากอัตราเร็ว 4 เรเดียน/วินาที เป็น 14 เรเดียน/วินาที ในเวลา 20 วินาที จงหาทอร์ก (I ของจาน = $1/2mr^2$)
.....
.....
.....
.....(2 คะแนน)

มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์ Buriram Rajabhat University

ใบกิจกรรมที่ 3

ชื่อ..... ชั้น ม. 5 /..... .....เลขที่.....

คำสั่ง ให้นักเรียนสรุปความรู้ที่เกี่ยวกับทอร์ก เป็นแผนผังมโนทัศน์ (Concept Mapping) เวลา 15 นาที (5 คะแนน)

แผนผังมโนทัศน์ (Concept Mapping)

องค์ความรู้เรื่อง ทอร์ก

มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์ Buriram Rajabhat University

เฉลยใบกิจกรรมที่ 1

ให้นักเรียนอภิปรายในกลุ่ม ตามประเด็นคำถามต่อไปนี้แล้วเขียนข้อสรุปลงในกระดาษคำตอบนี้ ต่อจากนั้นนักเรียนจะอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียน (3 คะแนน)

1. **<u>เฉลย</u>** โมเมนต์ของแรงที่กระทำต่อวัตถุรอบแกนหมุน
2. **<u>เฉลย</u>** $\tau = FxR$

3. **<u>เฉลย</u>** ปริมาณเวคเตอร์
4. **<u>เฉลย</u>** ทอร์ก
5. **<u>เฉลย</u>** ทอร์ก

มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์ Buriram Rajabhat University

เฉลยใบกิจกรรมที่ 2

ให้นักเรียนแปลงหน่วยต่อไปนี้แล้วเขียนข้อสรุปลงในกระดาษคำตอบนี้ ต่อจากนั้นนักเรียนจะอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียน (5 คะแนน)

1). ตั้งฉากกับระนาบการหมุน

2). $\tau = I\alpha$

$\tau = (0.8x0.25x0.25)(3)$

$\tau = 1.5$ N.m

มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์ Buriram Rajabhat University

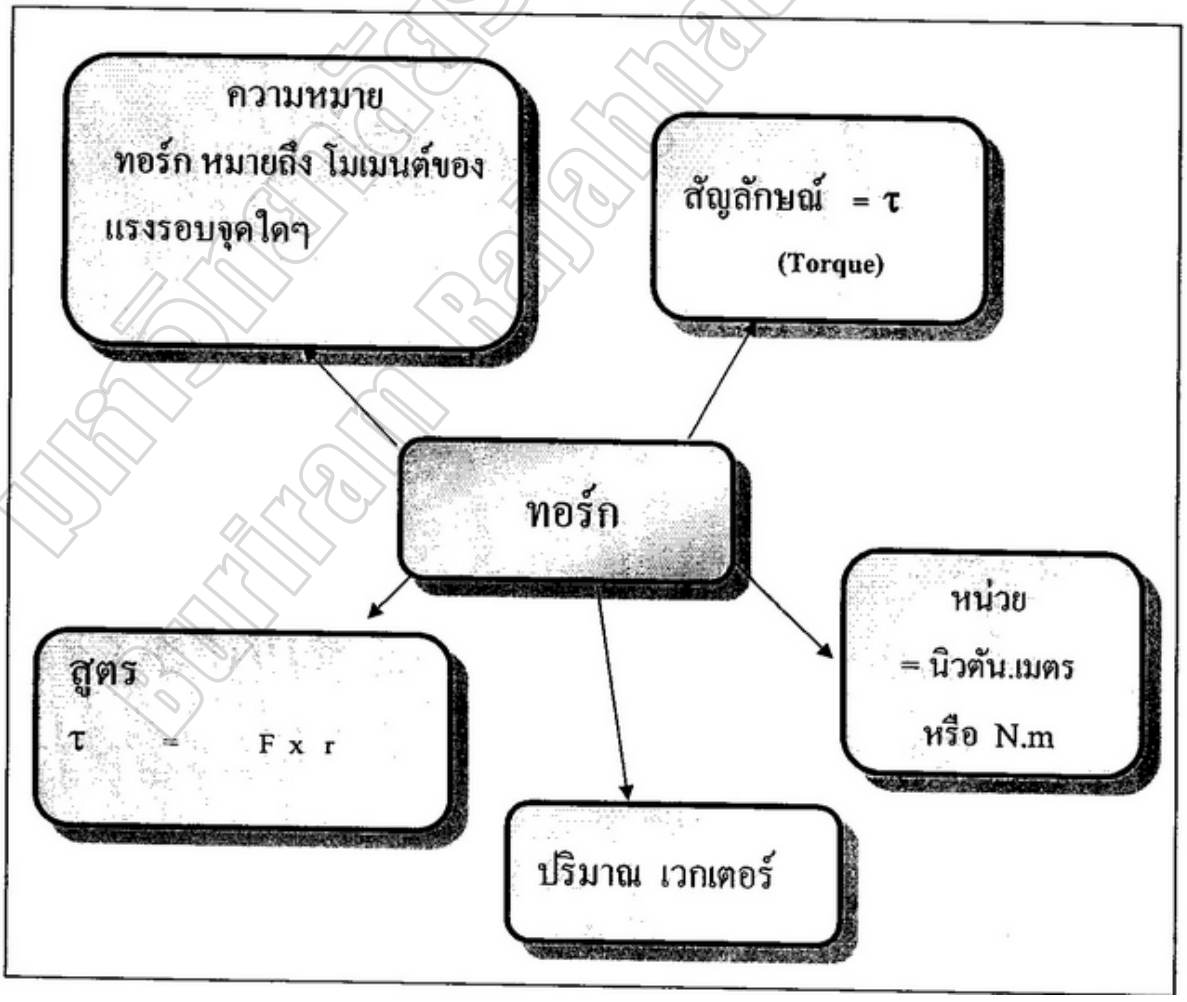
ใบกิจกรรมที่ 3

ชื่อ..... ชั้น ม. 5/..... เลขที่.....

คำสั่ง ให้นักเรียนสรุปความรู้ที่เกี่ยวกับความเร็วเชิงมุม เป็นแผนผังมโนทัศน์ (Concept Mapping) เวลา 15 นาที (5 คะแนน)

แผนผังมโนทัศน์ (Concept Mapping)

องค์ความรู้เรื่อง ทอร์ก



แบบทดสอบ

คำสั่ง จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. สัญลักษณ์ของทอร์ก คือ ข้อใด

ก. Ω ข. α

ค. τ ง. ω

2. หน่วยของทอร์ก คือ

ก. นิวตัน/เมตร

ข. นิวตัน.เมตร

ค. เมตร/วินาที

ง. เรเดียน/วินาที

3. สมการการหาทอร์ก คือข้อใด

ก. $\tau = \omega_0 + \alpha t$

ข. $\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta$

ค. $\tau = FR$

ง. $\tau = mvR$

4. ทอร์ก คือข้อใด

ก. กระจัดเชิงมุม ที่เปลี่ยนไปในเวลาหนึ่ง

ข. ความเร็ว ที่เปลี่ยนไปในเวลาหนึ่ง

ค. ปริมาณที่บอกสมบัติด้านการหมุนของวัตถุ

ง. โมเม้นต์ของงแรงที่กระทำต่อวัตถุรอบแกนหมุน

5. ข้อใดเป็นสาเหตุทำให้วัตถุเกิดการหมุน

ก. ทอร์ก

ข. ความเร็วเชิงมุม

ค. โมเมนต์ความเฉื่อย

ง. โมเมนตัมเชิงมุม

มหาวิทยาลัยราชภัฏบัวชัย Buaichai Rajabhat University

6. จงหาทอร์กที่ ทำให้มวล 8 กิโลกรัม รัศมี 25 เซนติเมตร หมุนด้วยความเร่ง 3 เรเดียน/วินาที^{0}2

ก. 0.5 N.m

ข. 1.0 N.m

ค. 1.5 N.m

ง. 2.0 N.m

7. จานกลมรัศมี 20 เซนติเมตร มีมวล 100 กิโลกรัม หมุนจากอัตราเร็ว 4 เรเดียน/วินาที เป็น 14 เรเดียน/วินาที ในเวลา 20 วินาที จงหาทอร์ก (I ของจาน = $1/2mr^2$)

ก. 1 N.m

ข. 2 N.m

ค. 3 N.m

ง. 4 N.m

8. ปริมาณใดมีทิศทางเดียวกับทอร์ก

ก. ความเร่งเชิงมุม

ข. โมเมนต์ความเฉื่อย

ค. ทอร์ก

ง. โมเมนตัมเชิงมุม

9. จงหาทอร์ก ที่ใช้ในการทำให้จานกลมที่มีโมเมนต์ความเฉื่อย 20 $kg.m^2$ เริ่มหมุนจากหยุดนิ่ง จนกระทั่งมีอัตราเร็ว 420 รอบ/นาที ใน 10 วินาที

ก. 6π

ข. 12π

ค. 24π

ง. 28π

10. ลูกบอลมวล 2 kg ผูกติดที่ปลายเชือกด้านหนึ่ง และเหวี่ยงให้หมุนเป็นวงกลมในแนวดิ่ง โดยเชือกเส้นนี้ยาว 50 cm ถ้ามุม θ = 20 องศา ขณะนั้นลูกบอลมีความเร็ว 2.5 m/s จงหาทอร์ก

ก. 3 m

ข. 3.35 m

ค. 4 m

ง. 4.35 m

มหาวิทยาลัยราชภัฏบัณฑิตย์ Rajabhat University

เฉลยแบบทดสอบ

คำสั่ง จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

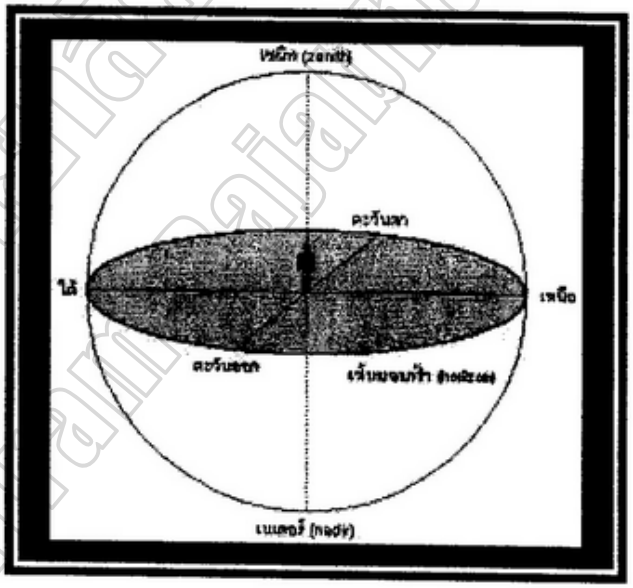
ข้อ	คำตอบ
1	ง
2	ค
3	ง
4	ค
5	ข
6	ค
7	ก
8	ก
9	ง
10	ข

มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์ Buriram Rajabhat University

ชุดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาฟิสิกส์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

เรื่อง โมเมนต์



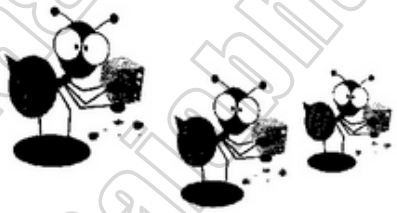
โรงเรียนหนองพิทยาคม อ.หนองจิก จ.ปัตตานี

มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์ Buriram Rajabhat University

ชุดที่ 4 โมเมนต์

คำชี้แจง

1. ชุดกิจกรรมชุดนี้ประกอบด้วยใบความรู้ 1 เรื่อง
   ให้นักเรียนศึกษารายละเอียดของเนื้อหาให้เข้าใจ ใช้เวลา 45 นาที
2. ให้นักเรียนทำใบกิจกรรม 3 กิจกรรม ใบกิจกรรมละ 15 นาที
3. เมื่อทำกิจกรรมครบแล้ว นักเรียนทำแบบทดสอบ 10 ข้อ เวลา 30 นาที
4. ใช้สำหรับกิจกรรมชุดที่ 4



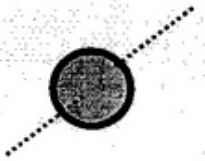
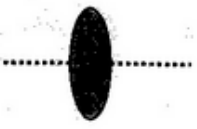
มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์ Buriram Rajabhat University

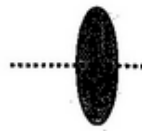
ใบความรู้

คำชี้แจง ให้นักเรียนศึกษาใบความรู้ แล้วทำกิจกรรมต่างๆต่อไป

โมเมนต์ความเฉื่อย (Moment of inertia)

โมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุรูปต่างๆ รอบแกนสมมาตร

รูปร่างวัตถุ	แกนหมุน	รูป	โมเมนต์ความเฉื่อย I
ทรงกลมตัน มวล m รัศมี R	รอบแกน ผ่านจุดศูนย์กลาง		$I = \frac{2}{5}mR^2$
ทรงกระบอกตัน มวล m รัศมี R ยาว L	รอบแกน ของทรงกระบอก		$I = \frac{1}{2}mR^2$
ทรงกลมกลวง มวล m รัศมี R	รอบแกน ผ่านจุดศูนย์กลาง		$I = \frac{2}{3}mR^2$
ทรงกระบอกกลวง มวล m รัศมี R ยาว L	รอบแกน ของทรงกระบอก		$I = mR^2$
แผ่นกลมบาง มวล m รัศมี R	รอบแกน ผ่านศูนย์กลาง ตั้งฉากกับแผ่น		$I = \frac{1}{2}mR^2$

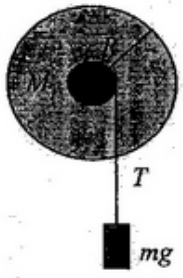
รูปร่างวัตถุ	แกนหมุน	รูป	โมเมนต์ความเฉื่อย
แผ่นกลมบาง มวล m รัศมี R	รอบแกน ผ่านศูนย์กลาง ตั้งฉากกับแผ่น		$I = \frac{1}{2}mR^2$
แผ่นกลมบาง มวล m รัศมี R	รอบแกน ผ่านศูนย์กลาง บนระนาบของแผ่น		$I = \frac{1}{4}mR^2$
แท่งวัตถุเล็ก มวล m ยาว L	รอบแกน ผ่านศูนย์กลางมวล ตั้งฉากกับแผ่น		$I = \frac{1}{12}mL^2$

การหมุนของวัตถุทั้งหมดในตารางข้างบนเป็นการหมุนรอบแกนผ่านจุดศูนย์กลางมวล และเป็นแกนสมมาตรของวัตถุ มีหลักที่สามารถพิสูจน์ได้อยู่ว่า ถ้าเลื่อนแกนหมุนไปเป็นระยะ L ให้ขนานแกนสมมาตรเดิม โมเมนต์ความเฉื่อยจะเพิ่มขึ้นเท่ากับ mL^2 (ต้องนำค่า mL^2 มาบวกค่าในตาราง)

ตัวอย่างที่ 1 ระบบล้อกับเพลาประกอบด้วยล้อมวล M_1 รัศมี R ยึดติดกับเพลามวล M_2 รัศมี r ถ้าถ่วงน้ำหนักของมวล m ที่เชือกพันรอบเพลา ดังแผนภาพ ความเร่งเชิงมุมของล้อและเพลาจะเป็นเท่าใด

วิธีทำ โมเมนต์ความเฉื่อยของล้อและเพลารอบแกนหมุนคือ

$$I = \frac{1}{2}M_1R^2 + \frac{1}{2}M_2r^2$$



ให้ T เป็นความตึงของเส้นเชือก

เราจะมีสมการการเคลื่อนที่สองสมการคือ

สมการการเคลื่อนที่เชิงเส้นของมวล m ; $\Sigma F = ma$

$$mg - T = ma \quad \text{.....(1)}$$

และสมการการเคลื่อนที่แบบหมุนของล้อและเพลา ; $\tau = Tr$, $\tau = I\alpha$

จะได้ $Tr = I\alpha$ .....(2)

จากสมการ (1) จะได้ $T = mg - ma$ และนำไปแทนค่า T ในสมการ (2) 3

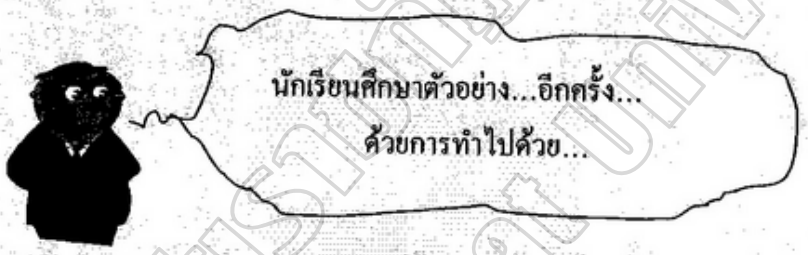
แล้วอาศัยความสัมพันธ์ $a = \alpha r$ จะหาค่า α ได้คือ

$$(mg - ma)r = I\alpha$$

$$\alpha = \frac{mgr}{I + mr^2}$$

ซึ่งสามารถหาค่าได้จาก $I = \frac{1}{2} M_1 R^2 + \frac{1}{2} M_2 r^2$

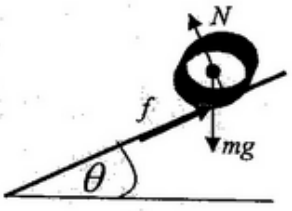
คำตอบ ความเร่งเชิงมุมของล้อและเพลาจะมีค่าเท่ากับ $\alpha = \frac{mgr}{I + mr^2}$ โดยที่ $I = \frac{1}{2} M_1 R^2 + \frac{1}{2} M_2 r^2$



ตัวอย่างที่ 2 ทรงกระบอกกลวงบาง มวล m รัศมี R กลิ้งลงตามพื้นเอียงทำมุม θ กับระนาบระดับ โดยไม่มีการไถล จุดศูนย์กลางมวลของทรงกระบอกจะมีความเร่งเท่าใด

วิธีทำ เนื่องจากมวลจากทุกส่วนของทรงกระบอกกลวงบางจะอยู่ห่างจากแกนหมุนซึ่งผ่านจุดศูนย์กลางมวลเท่ากันทั้งหมดและเท่ากับค่ารัศมี R

ดังนั้นค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของทรงกระบอกกลวงรอบแกนหมุนดังกล่าว คือ $I = mR^2$



แรงที่กระทำต่อทรงกระบอกกลวงมีดังแสดงในรูป

น้ำหนักของทรงกระบอกซึ่งกระทำที่จุดศูนย์กลางมวลสามารถคิดแยกเป็นสององค์ประกอบในแนวที่ขนานกับพื้นเอียง (ลง = $mg\sin\theta$) และในแนวตั้งฉากกับพื้นเอียง ($mg\cos\theta$) จึงสามารถเขียนสมการได้สองสมการ คือ

การเคลื่อนที่เชิงเส้นของ C.M. ตามสมการ $mg\sin\theta - f = ma$ .....(1)

การหมุนรอบแกนผ่าน C.M. ตามสมการ $\tau = fr$, $\tau = I\alpha$ .....(2)

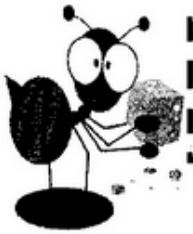
นำค่า f จากสมการ (2) ไปแทนใน (1) และอาศัยความสัมพันธ์ a =αr สำหรับการกลิ้งโดยไม่ไถล จะหาค่า α ได้คือ

$$mgsin\theta - \frac{Ia}{R^2} = ma \text{ แล้วแทนค่า } I$$

จะได้ $$a = \frac{1}{2} gsin\theta$$

คำตอบ จุดศูนย์กลางมวลของทรงกระบอกจะมีความเร่งลงตามพื้นเอียงเท่ากับ $\frac{1}{2} gsin\theta$

มหาวิทยาลัยบูรพา Burapha University



ใบกิจกรรมที่ 1

ให้นักเรียนอภิปรายในกลุ่ม ตามประเด็นคำถามต่อไปนี้แล้วเขียนข้อสรุปลงในกระดาษคำตอบนี้ ต่อจากนั้นนักเรียนจะอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียน (5 คะแนน)

1. โมเมนต์ความเฉื่อย คือ.....
.....(1คะแนน)

2. สมการโมเมนต์ความเฉื่อย หาได้จากสูตรใดบ้าง
.....
.....
.....(1คะแนน).

3. โมเมนต์ความเฉื่อย เป็นปริมาณ เวกเตอร์หรือสเกลาร์
.....
.....
.....
.....(1คะแนน).

4. วัตถุจะเปลี่ยนสภาพการหมุนได้ยากหรือง่าย ขึ้นอยู่กับ
.....
.....
.....(1คะแนน)

5. ค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุ ขึ้นอยู่กับอะไรบ้าง
.....
.....(1คะแนน).

มหาวิทยาลัยราชภัฏธนบุรี Dhonburi Rajabhat University

ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้แล้วเขียนข้อสรุปลงในกระดาษคำตอบนี้ ต่อจากนั้นนักเรียนจะอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียน (5 คะแนน)

1. โมเมนต์ความเฉื่อยในระบบเอสไอ บอกหน่วยเป็นอะไร

.....

.....

.....(1คะแนน)

2. ปริมาณที่บอกสมบัติต้านการหมุนของวัตถุ เรียกว่า

.....

.....

.....

.....(2 คะแนน)

3. วัตถุเล็กๆ สามก้อนมีมวล 1, 2 และ 3 kg ติดอยู่กับโครงลวดเบา รูปสามเหลี่ยมและวางอยู่บนพื้นระดับดังรูป โมเมนต์ความเฉื่อย I ของระบบนี้ มีค่าเป็นเท่าใด เมื่อแกนหมุนอยู่ที่ A และตั้งฉากกับพื้นระดับ

.....

.....

.....

.....(2 คะแนน)

มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์ Buriram Rajabhat University

ใบกิจกรรมที่ 3

ชื่อ..... ชั้น ม. 5 /..... .....เลขที่.....

คำสั่ง ให้นักเรียนสรุปความรู้ที่เกี่ยวกับความเร็วเชิงมุม เป็นแผนผังมโนทัศน์ (Concept Mapping) เวลา 15 นาที (5 คะแนน)

แผนผังมโนทัศน์ (Concept Mapping)

องค์ความรู้เรื่อง โมเมนต์

มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์ Buriram Rajabhat University

เฉลยใบกิจกรรมที่ 1

ให้นักเรียนอภิปรายในกลุ่ม ตามประเด็นคำถามต่อไปนี้แล้วเขียนข้อสรุปลงในกระดาษคำตอบนี้ ต่อจากนั้นนักเรียนจะอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียน (3 คะแนน)

1. <u>เฉลย</u> ปริมาณที่บอกสมบัติด้านการหมุนของวัตถุ
2. <u>เฉลย</u> $I = mR^2$

3. <u>เฉลย</u> สเกลาร์
4. <u>เฉลย</u> โมเมนต์ความเฉื่อย
5. <u>เฉลย</u> รูปร่างของวัตถุและการกำหนดตำแหน่งแกนหมุน

มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์ Buriram Rajabhat University

เฉลยใบกิจกรรมที่ 2

ให้นักเรียนแปลงหน่วยต่อไปนี้แล้วเขียนข้อสรุปลงในกระดาษคำตอบนี้ ต่อจากนั้นนักเรียนจะอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียน (3 คะแนน)

1). กิโลกรัม.เมตร^2

2). โมเมนต์ความเฉื่อย

3). $I_{รวม} = (mR^2)_B + (mR^2)_C$

$= 0.32 + 0.25$

$= 0.57\ kg.m^2$

มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์ Buriram Rajabhat University

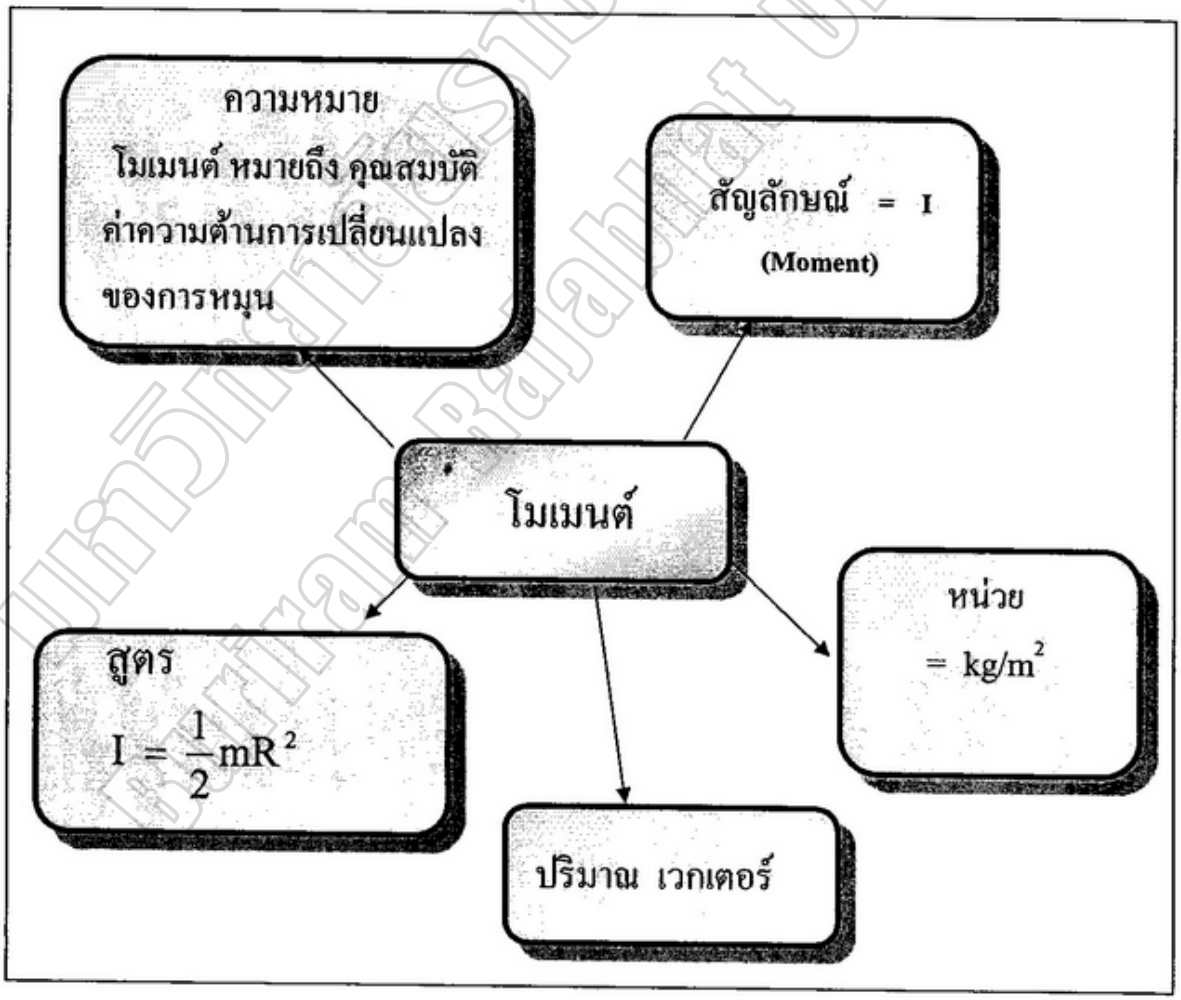
เฉลยใบกิจกรรมที่ 3

ชื่อ..... ชั้น ม. 5 /..... .....เลขที่.....

คำสั่ง ให้นักเรียนสรุปความรู้ที่เกี่ยวกับความเร็วเชิงมุม เป็นแผนผังมโนทัศน์ (Concept Mapping) เวลา 15 นาที (5 คะแนน)

แผนผังมโนทัศน์ (Concept Mapping)

องค์ความรู้เรื่อง โมเมนต์



มหาวิทยาลัยราชภัฏสงขลา Songkhla Rajabhat University

แบบทดสอบ

คำสั่ง จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. สัญลักษณ์ของโมเมนต์ความเฉื่อย คือ ข้อใด

ก. Ω

ข. α

ค. τ

ง. I

2. หน่วยของโมเมนต์ความเฉื่อย คือ

ก. กิโลกรัม /เมตร^2

ข. กิโลกรัม.เมตร^2

ค. เมตร/วินาที

ง. เรเดียน/วินาที

3. สมการการหาโมเมนต์ความเฉื่อย คือข้อใด

ก. $\tau = \omega_0 + \alpha t$

ข. $I = mR^2$

ค. $\tau = FR$

ง. $I = mvR$

4. โมเมนต์ความเฉื่อย คือข้อใด

ก. กระจัดเชิงมุม ที่เปลี่ยนไปในเวลาหนึ่ง

ข. ความเร็ว ที่เปลี่ยนไปในเวลาหนึ่ง

ค. ปริมาณที่บอกสมบัติต้านการหมุนของวัตถุ

ง. โมเมนต์ของแรงที่กระทำต่อวัตถุรอบแกนหมุน

5. ปริมาณที่บอกสมบัติการต้านการการหมุนของวัตถุ เรียกว่า

ก. ทอร์ก

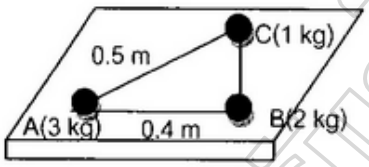
ข. ความเร็วเชิงมุม

ค. โมเมนต์ความเฉื่อย

ง. โมเมนตัมเชิงมุม

มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์ Buriram Rajabhat University

6. วัตถุเล็กๆ สามก้อนมีมวล 1, 2 และ 3 kg ติดอยู่กับโครงลวดเบา รูปสามเหลี่ยมและวางอยู่บนพื้นระดับดังรูป โมเมนต์ความเฉื่อย I ของระบบนี้ มีค่าเป็นเท่าใด เมื่อแกนหมุนอยู่ที่ A และตั้งฉากกับพื้นระดับ



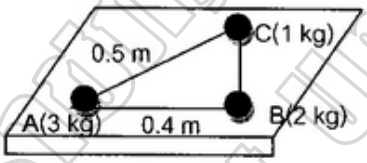
ก. 0.57 $kg.m^2$

ข. 3.57 $kg.m^2$

ค. 4.75 $kg.m^2$

ง. 6.50 $kg.m^2$

7. วัตถุเล็กๆ สามก้อนมีมวล 1, 2 และ 3 kg ติดอยู่กับโครงลวดเบา รูปสามเหลี่ยมและวางอยู่บนพื้นระดับดังรูป โมเมนต์ความเฉื่อย I ของระบบนี้ มีค่าเป็นเท่าใด เมื่อแกนหมุนขนานกับพื้นระดับและทับแนว BC



ก. 0.37 $kg.m^2$

ข. 0.487 $kg.m^2$

ค. 1.75 $kg.m^2$

ง. 3.487 $kg.m^2$

8. ค่าโมเมนต์ของวัตถุขึ้นอยู่กับ

ก. รูปร่างวัตถุ

ข. ตำแหน่งแกนหมุน

ค. ระยะทาง

ง. ข้อ ก และ ข ถูก

9. วัตถุทรงกระบอกตันมวล m รัศมี R ยาว L หาโมเมนต์ความเฉื่อยได้จาก

ก. $I = ½ mR^2$

ข. $I = 3/2 mR^2$

ค. $I = mR^2$

ง. $I = 2/5mR^2$

10. วัตถุมวล 5 kg สองก้อนติดกันอยู่กับปลายแท่งโลหะเบายาว 1 m โดยทั้งหมดนี้หมุนรอบแกนซึ่งผ่านจุดกึ่งกลางแท่งโลหะในอัตรา 6 รอบ/นาที โมเมนต์ความเฉื่อยมีค่าเท่าใด

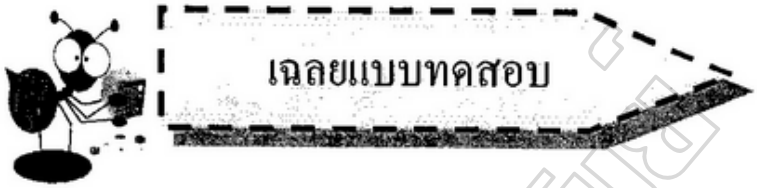
ก. 2.5 $kg.m^2$

ข. 3.35 $kg.m^2$

ค. 4 $kg.m^2$

ง. 4.35 $kg.m^2$

มหาวิทยาลัยราชภัฏธนบุรี Dhonburi Rajabhat University



คำสั่ง จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

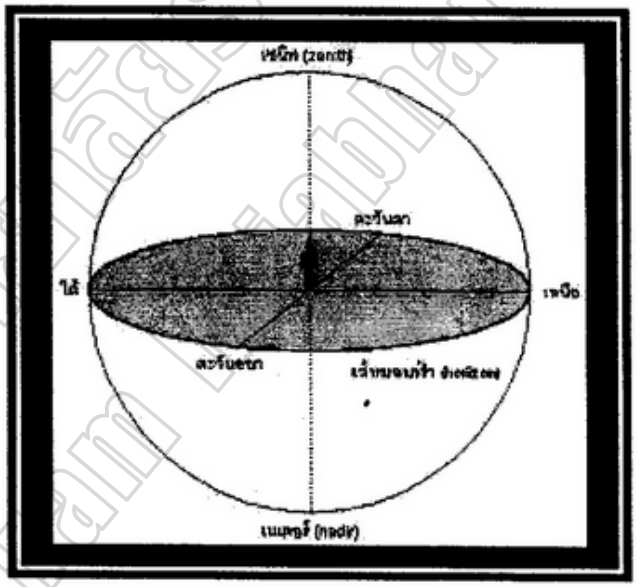
ข้อ	คำตอบ
1	ง
2	ค
3	ง
4	ค
5	ข
6	ก
7	ข
8	ง
9	ง
10	ก

มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์ Buriram Rajabhat University

ชุดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาฟิสิกส์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

เรื่อง พลังงานกลและการหมุน



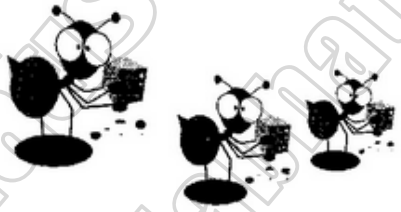
โรเบิร์ต เหรียญทอง พิมาย และ อนุรักษ์ จันทร์ชัย

มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์ Buriram Rajabhat University

ชุดที่ 5 พลังงานจลน์

คำชี้แจง

1. ชุดกิจกรรมชุดนี้ประกอบด้วยใบความรู้ 1 เรื่อง
   ให้นักเรียนศึกษารายละเอียดของเนื้อหาให้เข้าใจ ใช้เวลา 45 นาที
2. ให้นักเรียนทำใบกิจกรรม 3 กิจกรรม ใบกิจกรรมละ 15 นาที
3. เมื่อทำกิจกรรมครบแล้ว นักเรียนทำแบบทดสอบ 10 ข้อ เวลา 30 นาที
4. ใช้สำหรับกิจกรรมชุดที่ 5



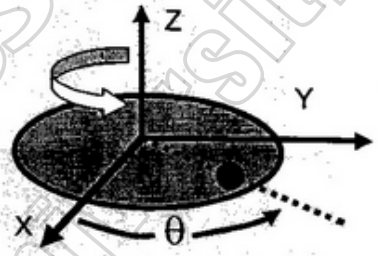
มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์
Buriram Rajabhat University

ใบความรู้

<u>คำชี้แจง</u> ให้นักเรียนศึกษาใบความรู้ แล้วทำกิจกรรมต่างๆต่อไป

พลังงานจลน์ของการหมุน

ในการหมุน เช่น การหมุนของวัตถุรูปแผ่นกลมรอบแกนๆหนึ่ง ดังรูป 1. ทุกส่วนของวัตถุย่อมเคลื่อนที่เป็นวงกลมรอบแกนหมุนด้วยความเร็วเชิงมุมค่าเดียวกัน ($\omega = \frac{\Delta\theta}{t}$) เพราะมุมเปลี่ยนไปเท่ากัน แต่อัตราเร็วเชิงเส้น ($v = \omega r$) ซึ่งอยู่ในแนวเส้นตั้งฉากกับรัศมีไม่เท่ากัน เพราะ จะขึ้นกับระยะทางที่ส่วนนั้นๆห่างจากแกนหมุน

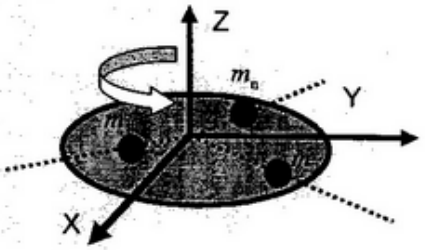


รูป 1. แผ่นกลมในระนาบ XY หมุนรอบแกน Z ด้วยอัตราเร็วเชิงมุม ω

จากการศึกษาเรื่องพลังงานจลน์ เราทราบแล้วว่า วัตถุมวล m ที่เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว v จะมีพลังงานจลน์ E_k ซึ่ง $E_k = \frac{1}{2}mv^2$

สำหรับวัตถุที่มีการหมุน ถ้าเราพิจารณามวลย่อยที่ประกอบขึ้นเป็นวัตถุ แต่ละมวลย่อยมีการเคลื่อนที่ด้วยความเร็วต่างๆกันขึ้นอยู่กับระยะทางที่มวลย่อยอยู่ห่างจากแกนหมุน นั่นคือ แต่ละมวลย่อยมีพลังงานจลน์ต่างๆกัน พลังงานจลน์รวมของทุกๆมวลย่อยที่ประกอบขึ้นเป็นวัตถุนั้น จะเป็นพลังงานจลน์ของวัตถุเนื่องจากการหมุน ซึ่งหาได้ดังนี้

พิจารณาวัตถุซึ่งประกอบด้วยมวลย่อย m_1 , m_2 , ... m_n หมุนรอบแกนซึ่งอยู่กับที่ด้วยความเร็วเชิงมุม ω ดังรูป 2.



รูป 2. แผ่นกลมในระนาบ XY หมุนรอบแกน Z ด้วยอัตราเร็วเชิงมุม ω

ถ้าให้

E_k เป็นพลังงานจลน์รวมของมวลย่อย

ดังนั้น จะได้

$$E_k = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 + \ldots + \frac{1}{2}m_nv_n^2$$

$$E_k = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} m_iv_i^2$$

ให้ v_i เป็นความเร็วของมวลย่อย m_i

เนื่องจากแต่ละมวลย่อยต่างเคลื่อนที่หมุนไปกับวัตถุ นั่นคือ ทุกมวลย่อยมีการเคลื่อนที่ในแนววงกลมด้วยความเร็วเชิงมุมเท่ากันเท่ากับความเร็วเชิงมุมของวัตถุ

โดยใช้ความสัมพันธ์ $v = \omega r$ วัตถุประกอบด้วยมวลย่อยๆ

จะได้ $v_1 = \omega r_1$ และ $v_i = \omega r_i$

เมื่อ r_i เป็นระยะห่างจากแกนหมุนของมวล m_i ดังนั้นจะเขียน E_k ได้ใหม่เป็น

$$E_k = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} m_i (r_i \omega)^2$$

$$E_k = \frac{1}{2}\left(\sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2\right)\omega^2$$

นั่นคือ

$$\boxed{E_k = \frac{1}{2} I\omega^2}$$

เมื่อ $I = \left(\sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2\right)$ คือ พลังงานจลน์องการหมุน หน่วยของพลังงานจลน์ของการหมุน คือ จูล

โปรดสังเกต

รูปแบบพลังงานจลน์ของการหมุน

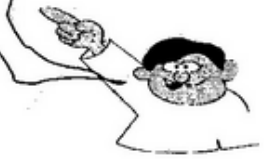
จะได้

$$E_k = \frac{1}{2} I\omega^2$$

รูปแบบพลังงานจลน์ของการเลื่อนตำแหน่ง (เชิงเส้น)

จะได้

$$E_k = \frac{1}{2} mv^2$$



สำหรับการกลิ้ง

พลังงานจลน์ทั้งหมดจะประกอบด้วยพลังงานจลน์ ของการเลื่อนตำแหน่งของจุดศูนย์กลางมวล และ พลังงานจลน์ของการหมุนรอบจุดศูนย์กลางมวล

$$E_k = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} I\omega^2$$

มหาวิทยาลัยบูรพา Burapha University

ตัวอย่างที่ 1 ม้าหมุนชุดหนึ่งมีโมเมนต์ความเฉื่อยรอบแกนหมุนในแนวดิ่ง 900 กิโลกรัม.เมตร^2 ถ้าผลักให้หมุนรอบแกนหมุนในอัตราทีละ 12 รอบ จงหาพลังงานจลน์ของม้าหมุน

วิธีทำ

มีการเคลื่อนแบบหมุนอย่างเดียว...

... พลังงานจลน์ของการหมุน จะได้ $E_k = \frac{1}{2}I\omega^2$

โจทย์กำหนดมาให้คือ... $I = 900\ \text{kg.m}^2$, $f(\text{ความถี่}) = \frac{12}{60} = \frac{1}{5}\ \text{Hz}$

ต้องหาค่า ω ก่อน แล้วหาค่า E_k

จาก $\omega = 2\pi f$ เมื่อ $f(\text{ความถี่}) = \frac{12}{60} = \frac{1}{5}\ \text{Hz}$

จะได้ $\omega = 2\pi(\frac{1}{5})$ และ $I = 900\ \text{kg.m}^2$

จากสมการ $E_k = \frac{1}{2}I\omega^2$

แทนค่า $E_k = \frac{1}{2}(900\ \text{kg.m}^2)(2\pi(\frac{1}{5}))^2$

จะได้ $E_k = 710.6$ จูล

คำตอบ พลังงานจลน์ของการหมุนเท่ากับ 710.6 จูล

ตัวอย่างที่ 2 ทรงกระบอกกลวงบาง กลิ้งลงพื้นเอียงโดยไม่ไถลจากตำแหน่งสูง h เมื่อสุดพื้นเอียงจุดศูนย์กลางของทรงกระบอกจะมีอัตราเร็วเท่าใด

วิธีทำ

โปรดสังเกต

พลังงานจลน์ประกอบด้วย...
พลังงานจลน์ของการเลื่อนที่และการหมุน

ทรงกระบอกกลิ้งลงมาตามพื้นเอียง แสดงว่า
วัตถุ เลื่อนตำแหน่งและหมุน

ใช้หลักการคงที่ของพลังงาน
พลังงานจลน์รวมของระบบ เท่ากับ **พลังงานศักย์รวมของระบบ**

ใช้หลักการคงที่ของพลังงาน

จาก **พลังงานจลน์รวมของระบบ** เท่ากับ **พลังงานศักย์รวมของระบบ**

จะได้ $\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 = mgh$ .....(1)

ถ้าให้ m เป็นมวลของทรงกระบอก และ R เป็นรัศมี

พลังงานจลน์องการหมุน $I = mR^2$ และจาก $\omega = \frac{v}{R}$ แทนค่าในสมการ (1)

จะได้ $mv^2 = mgh$

นั่นคือ $v = \sqrt{gh}$

คำตอบ จุดศูนย์กลางของทรงกระบอกจะมีอัตราเร็ว v เท่ากับ $\sqrt{gh}$ (ไม่ขึ้นกับมวลและรัศมี)

ข้อสังเกต

สภาพต้านการเคลื่อนที่
...(เฉื่อนตำแหน่ง) คือ มวล (m)

สภาพต้านการเคลื่อนที่
...(การหมุน) คือ ...
โมเมนต์ความเฉื่อย (I)

วัตถุรูปร่างต่างกันจะมีสภาพต้านการหมุนต่างๆ...
ดังนั้นโมเมนต์ความเฉื่อย (I) จึงไม่เท่ากัน
เช่น ทรงกระบอกตัน จะมี โมเมนต์ความเฉื่อย (I) = $\frac{1}{2}mR^2$
ทรงกระบอกกลวง จะมี โมเมนต์ความเฉื่อย (I) = mR^2

มหาวิทยาลัยราชภัฏธนบุรี Dhonburi Rajabhat University

ใบกิจกรรมที่ 1

ให้นักเรียนอภิปรายในกลุ่ม ตามประเด็นคำถามต่อไปนี้แล้วเขียนข้อสรุปลงในกระดาษคำตอบนี้ ต่อจากนั้นนักเรียนจะอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียน (5 คะแนน)

1. พลังงานจลน์ของการหมุน คือ

.....

..... (1คะแนน)

2. สมการพลังงานจลน์ของการหมุนหาได้จากสูตรใดบ้าง

.....

.....

..... (1คะแนน).

3. พลังงานจลน์ของการหมุนเป็นปริมาณ เวกเตอร์หรือสเกลาร์

.....

.....

.....

..... (1คะแนน)

4. พลังงานจลน์ของการกลิ้ง คือ

.....

.....

..... (1คะแนน)

5. พลังงานจลน์ของการหมุนของวัตถุ ขึ้นอยู่กับอะไรบ้าง

.....

..... (1คะแนน)

มหาวิทยาลัยราชภัฏธนบุรี Dhonburi Rajabhat University

ใบกิจกรรมที่ 2

ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้แล้วเขียนข้อสรุปลงในกระดาษคำตอบนี้ ต่อจากนั้นนักเรียนจะอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียน (5 คะแนน)

1. ม้าหมุนชุดหนึ่งชุดหนึ่งมีโมเมนต์ความเฉื่อยรอบแกนหมุนในแนวดิ่ง 900 $kg.m^2$ ถ้าผลักให้หมุนรอบแกนหมุนนี้ในอัตรา นาที ละ 2 รอบ จงหาพลังงานจลน์ของม้าหมุนนี้

.....

.....

..... (1คะแนน)

2. วัตถุมวล 5 kg สองก้อน ติดกันอยู่กับปลายแท่งโลหะเบายาว 1 m ทั้งหมดนี้หมุนรอบแกนซึ่งผ่านจุดกึ่งกลางแท่งโลหะ ในอัตรา 6 รอบ/นาที จงหาพลังงานจลน์ของการหมุน

.....

.....

.....

.....(2คะแนน)

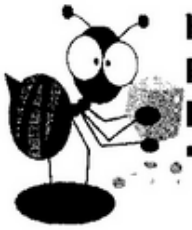
3. วัตถุมวล 10 kg สองก้อน ติดกันอยู่กับปลายแท่งโลหะเบายาว 1 m ทั้งหมดนี้หมุนรอบแกนซึ่งผ่านจุดกึ่งกลางแท่งโลหะ ในอัตรา 6 รอบ/นาที จงหาพลังงานจลน์ของการหมุน.....

.....

.....

.....(2คะแนน)

มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์ Buriram Rajabhat University



ใบกิจกรรมที่ 3

ชื่อ..... ชั้น ม. 5 /..... .....เลขที่.....

คำสั่ง ให้นักเรียนสรุปความรู้ที่เกี่ยวกับพลังงานจลน์ของการหมุนเป็นแผนผังมโนทัศน์ (Concept Mapping) เวลา 15 นาที (5 คะแนน)

แผนผังมโนทัศน์ (Concept Mapping)

องค์ความรู้เรื่อง พลังงานจลน์ของการหมุน

มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์ Buriram Rajabhat University

เฉลยใบกิจกรรมที่ 1

ให้นักเรียนอภิปรายในกลุ่ม ตามประเด็นคำถามต่อไปนี้แล้วเขียนข้อสรุปลงในกระดาษคำตอบนี้ ต่อจากนั้นนักเรียนจะอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียน (5 คะแนน)

1. **เฉลย** ½ ผลคูณของโมเมนต์ความเฉื่อยกับความเร็วเชิงมุมยกกำลังสอง

2. **เฉลย** $E_k = \frac{1}{2} I\omega^2$

3. **เฉลย** สเกลาร์

4. **เฉลย** ผลบวกของพลังงานจลน์การหมุนกับการเลื่อนตำแหน่ง

5. **เฉลย** มวล รัศมีการหมุน

มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์ Buriram Rajabhat University

เฉลยใบกิจกรรมที่ 2

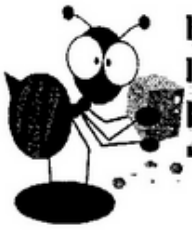
ให้นักเรียนแปลงหน่วยต่อไปนี้แล้วเขียนข้อสรุปลงในกระดาษคำตอบนี้ ต่อจากนั้นนักเรียนจะอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียน (5 คะแนน)

1). $2\pi^2$

2). $0.05\pi^2$

3). $0.1\pi^2$

มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์
Buriram Rajabhat University



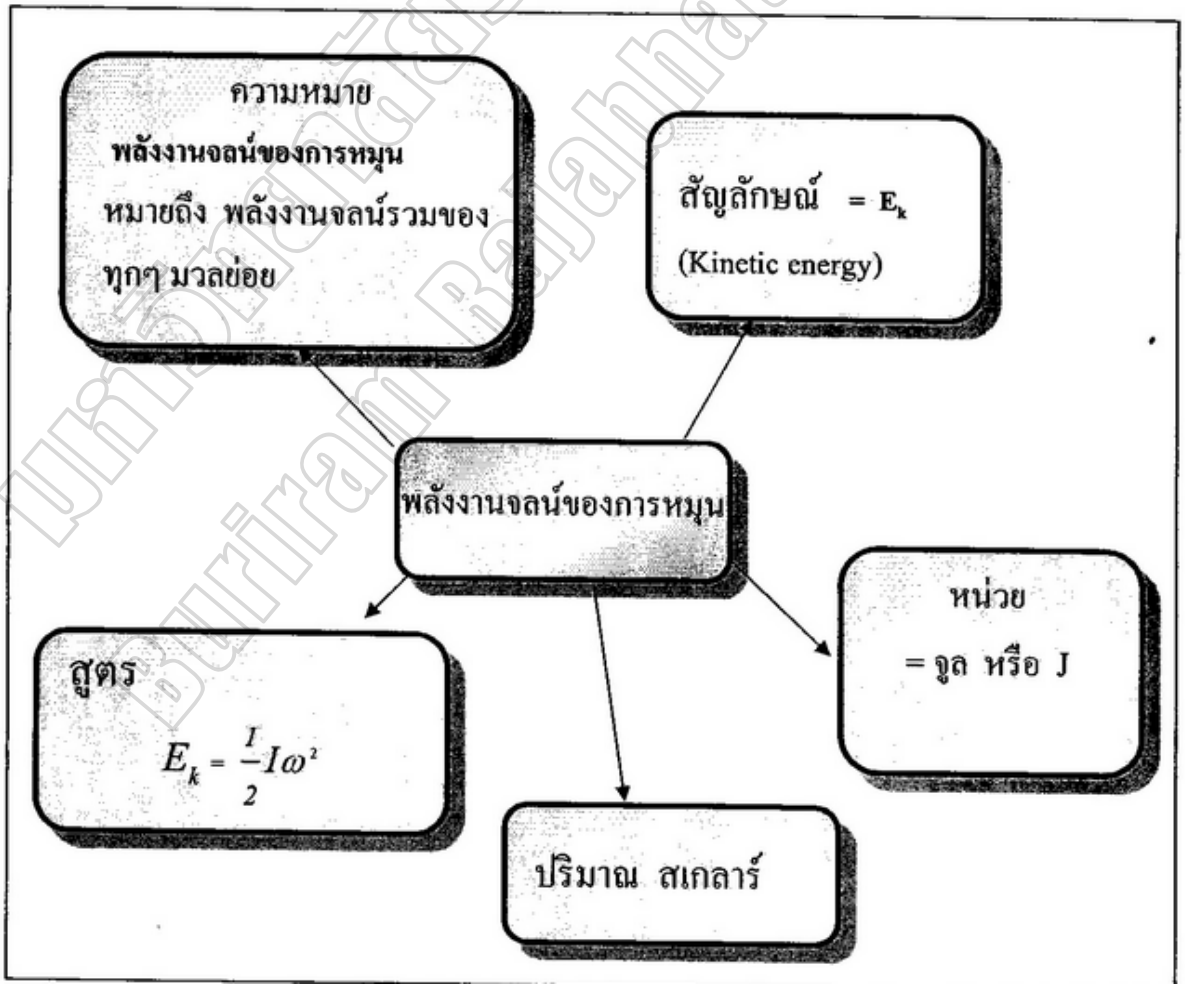
เฉลยใบกิจกรรมที่ 3

ชื่อ..... ชั้น ม. 5 /..... .....เลขที่.....

คำสั่ง ให้นักเรียนสรุปความรู้ที่เกี่ยวกับพลังงานจลน์ของการหมุน เป็นแผนผังมโนทัศน์ (Concept Mapping)เวลา 15 นาที (5 คะแนน)

แผนผังมโนทัศน์ (Concept Mapping)

องค์ความรู้เรื่อง พลังงานจลน์ของการหมุน



มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์ Buriram Rajabhat University

แบบทดสอบ

คำสั่ง จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. สัญลักษณ์ของพลังงานจลน์องการหมุนคือ ข้อใด

   ก. Ω

   ข. E_k

   ค. τ

   ง. I

2. หน่วยของพลังงานจลน์องการหมุน คือ

   ก. กิโลกรัม /เมตร^2

   ข. กิโลกรัม.เมตร^2

   ค. เมตร/วินาที

   ง. จูล

3. สมการการหาพลังงานจลน์องการหมุนคือข้อใด

   ก. $\tau = \omega_0 + \alpha t$

   ข. $I = mR^2$

   ค. $E_k = \frac{1}{2} I\omega^2$

   ง. $I = mvR$

4. พลังงานจลน์องการหมุน คือข้อใด

   ก. กระจัดเชิงมุม ที่เปลี่ยนไปในเวลาหนึ่ง

   ข. ความเร็ว ที่เปลี่ยนไปในเวลาหนึ่ง

   ค. ปริมาณที่บอกสมบัติด้านการหมุนของวัตถุ

   ง. ½ ผลคูณของโมเมนต์ความเฉื่อยกับความเร็วเชิงมุมยกกำลังสอง

5. พลังงานจลน์องการกลิ้ง คือข้อใด

   ก. พลังงานจลน์การหมุน

   ข. พลังงานจลน์ของการเลื่อนตำแหน่ง

   ค. ผลบวกของพลังงานจลน์การหมุนกับการเลื่อนตำแหน่ง

   ง. ½ ผลคูณของโมเมนต์ความเฉื่อยกับความเร็วเชิงมุมยกกำลังสอง

มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์ Buriram Rajabhat University

6. ม้าหมุนชุดหนึ่งชุดหนึ่งมีโมเมนต์ความเฉื่อยรอบแกนหมุนในแนวดิ่ง 900 $kg.m^2$ ถ้าผลักให้หมุนรอบแกนหมุนนี้ในอัตรา นาที ละ 2 รอบ จงหาพลังงานจลน์ของม้าหมุนนี้

ก. π^2

ข. $2\pi^2$

ค. $3\pi^2$

ง. $4\pi^2$

7. วัตถุมวล 5 kg สองก้อน ติดกันอยู่กับปลายแท่งโลหะเบายาว 1 m ทั้งหมดนี้หมุนรอบแกนซึ่งผ่านจุดกึ่งกลางแท่งโลหะ ในอัตรา 6 รอบ/นาที จงหาพลังงานจลน์ของการหมุน

ก. $0.005\pi^2$

ข. $0.05\pi^2$

ค. $0.5\pi^2$

ง. $5\pi^2$

8. วัตถุมวล 10 kg สองก้อน ติดกันอยู่กับปลายแท่งโลหะเบายาว 1 m ทั้งหมดนี้หมุนรอบแกนซึ่งผ่านจุดกึ่งกลางแท่งโลหะ ในอัตรา 6 รอบ/นาที จงหาพลังงานจลน์ของการหมุน

ก. $0.001\pi^2$

ข. $0.01\pi^2$

ค. $0.1\pi^2$

ง. $1\pi^2$

9. การเคลื่อนที่แบบเลื่อนตำแหน่งและหมุนรอบตัวเอง เรียกว่า

ก. พลังงานจลน์การหมุน

ข. พลังงานจลน์ของการกลิ้ง

ค. พลังงานจลน์ของการเลื่อนตำแหน่ง

ง. ผลบวกของพลังงานจลน์การหมุนกับการเลื่อนตำแหน่ง

10. แผ่นไม้กลมแบนรัศมี R m มวล m kg กำลังกลิ้งไปตามพื้นราบอย่างสม่ำเสมอ จุดศูนย์กลางมวลของแผ่นไม้มีความเร็วเชิงเส้น v m/s จงหาพลังงานจลน์ของการกลิ้ง

ก. $E_k = \frac{1}{2} I\omega^2$

ข. $E_k = \frac{1}{2} v^2$

ค. $E_k = \frac{1}{2} v^2(m + \frac{I}{R^2})$

ง. $E_k = \frac{1}{2} v^2(m + I)$

มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี Rajabhat University

เฉลยแบบทดสอบ

คำสั่ง จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

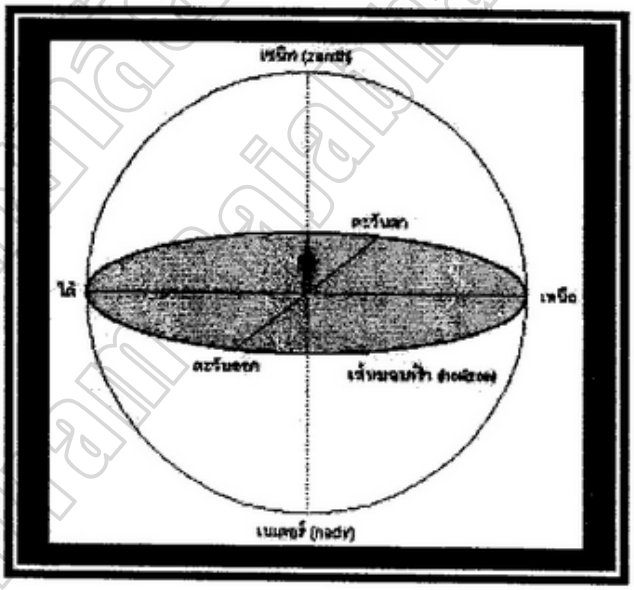
ข้อ	คำตอบ
1	ข
2	ง
3	ค
4	ง
5	ค
6	ข
7	ข
8	ค
9	ข
10	ค

มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์ Buriram Rajabhat University

ชุดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาฟิสิกส์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

เรื่อง โมเมนตัมเชิงมุม



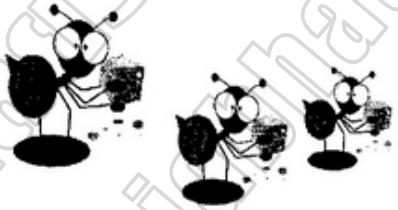
โรเรียนเทศบาลวัดพิกุลทอง อำเภอวัดสิงห์ จังหวัดชัยนาท

มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์
Buriram Rajabhat University

ชุดที่ 6 โมเมนตัมเชิงมุม

คำชี้แจง

1. ชุดกิจกรรมชุดนี้ประกอบด้วยใบความรู้ 1 เรื่อง
   ให้นักเรียนศึกษารายละเอียดของเนื้อหาให้เข้าใจ ใช้เวลา 45 นาที
2. ให้นักเรียนทำใบกิจกรรม 3 กิจกรรม ใบกิจกรรมละ 15 นาที
3. เมื่อทำกิจกรรมครบแล้ว นักเรียนทำแบบทดสอบ 10 ข้อ เวลา 30 นาที
4. ใช้สำหรับกิจกรรมชุดที่ 6



มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์
Buriram Rajabhat University

ใบความรู้

<u>คำชี้แจง</u> ให้นักเรียนศึกษาใบความรู้ แล้วทำกิจกรรมต่างๆต่อไป

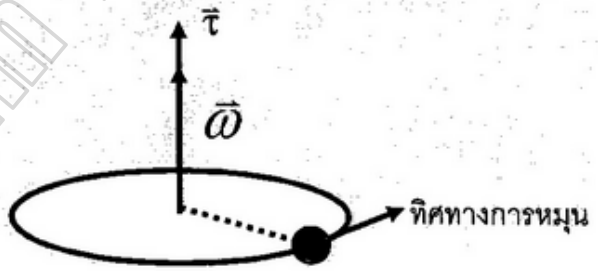
โมเมนตัมเชิงมุม

ในการทดลองการหมุนของวัตถุพบว่า วัตถุเดียวกัน เมื่อมีความเร็วเชิงมุม (ω) มากจะใช้เวลาในการหมุนจนหยุดมากกว่าเมื่อมีความเร็วเชิงมุมน้อย จึงกล่าวได้ว่า วัตถุที่มีความเร็วเชิงมุมมากจะรักษาสภาพการหมุนไว้ได้นาน และยังพบอีกว่าวัตถุที่มีความเร็วเชิงมุมเท่ากัน แต่มีโมเมนต์ความเฉื่อย (I) ต่างกัน การรักษาสภาพการหมุนก็แตกต่างกันด้วย โดยวัตถุที่มีโมเมนต์ความเฉื่อยมากกว่าจะรักษาสภาพการหมุนได้นานกว่า ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า **การรักษาสภาพการหมุนของวัตถุขึ้นอยู่กับความเร็วเชิงมุมและโมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุ**

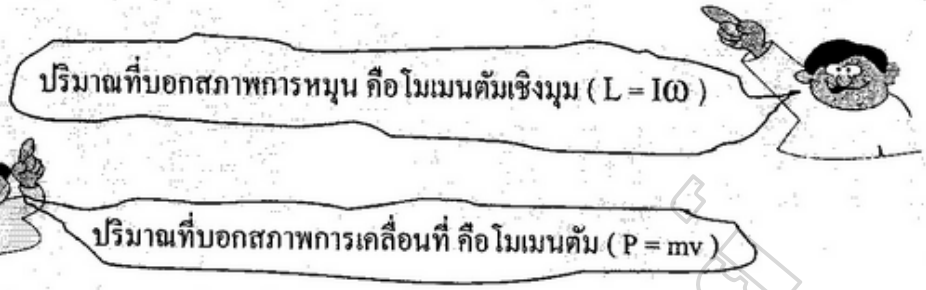
ปริมาณที่บอกถึงการรักษาสภาพการหมุนของวัตถุเรียกว่า **โมเมนตัมเชิงมุม (L; angular momentum)** มีค่าเท่ากับ **ผลคูณระหว่างโมเมนต์ความเฉื่อย (I) กับความเร็วเชิงมุม(ω)** จึงเขียนเป็นสมการได้ว่า

$$L = I\omega$$

โมเมนตัมเชิงมุม (L) เป็นปริมาณเวกเตอร์มีทิศทางเดียวกับ ความเร็วเชิงมุม(ω)



รูป 3. แสดงความสัมพันธ์ทิศทางของโมเมนตัมเชิงมุม (L) กับ ความเร็วเชิงมุม(ω)



ความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนตัมเชิงมุมกับโมเมนตัมเชิงเส้น

เนื่องจากโมเมนตัมเชิงมุมเป็นปริมาณที่บอกถึงสภาพการหมุนของวัตถุ ซึ่งคล้ายกับโมเมนตัม (P) ที่บอกถึงสภาพการเคลื่อนที่ของวัตถุในแนวเส้นตรง เราอาจหาความสัมพันธ์ของปริมาณทั้งสองดังนี้

จาก $\tau = F.r$

$= mar$

$= \frac{m(v_2 - v_1)r}{t_2 - t_1}$ ..... (1)

และ $\tau = I\alpha$ ..... (2)

ได้ว่า (1) = (2); $\frac{m(v_2 - v_1)r}{t_2 - t_1} = I\alpha$

$\frac{m(v_2 - v_1)r}{t_2 - t_1} = \frac{I(\omega_2 - \omega_1)}{t_2 - t_1}$

$m\Delta vr = I\Delta\omega$

ณ เวลาขณะใดขณะหนึ่ง

และได้ว่า $mvr = I\omega = \mathbf{L}$

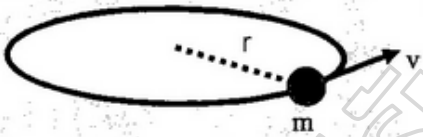
ดังนั้น $\mathbf{L} = mvr$

จึงได้ว่า **โมเมนตัมเชิงมุมมีค่าเท่ากับโมเมนต์ของโมเมนตัมเชิงเส้น**

มหาวิทยาลัยราชภัฏ บ้านสมเด็จเจ้าพระยา

เมื่อ **L** คือโมเมนตัมเชิงมุม

และ mv คือ โมเมนตัมเชิงเส้น , r คือ ระยะห่างจากจุดหมุน



ผลคูณระหว่าง mv กับ r จึงเรียกว่า โมเมนต์ของโมเมนตัมเชิงเส้น

เช่นเดียวกับ ผลคูณระหว่าง F กับ r ที่เรียกว่า โมเมนต์ของแรง (F)

ความสัมพันธ์ระหว่างทอร์กกับการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัมเชิงมุม

พิจารณาการเคลื่อนที่แบบหมุนเมื่อมีทอร์ก (τ) ที่ไม่เป็นศูนย์มากระทำต่อวัตถุ วัตถุจะมีความเร่งเชิงมุม (α) ทำให้ความเร็วเชิงมุม (ω) เปลี่ยนแปลง ซึ่งจะทำให้โมเมนตัมเชิงมุม (**L**) เปลี่ยนแปลงตามไปด้วย

จาก $\tau = I\alpha$

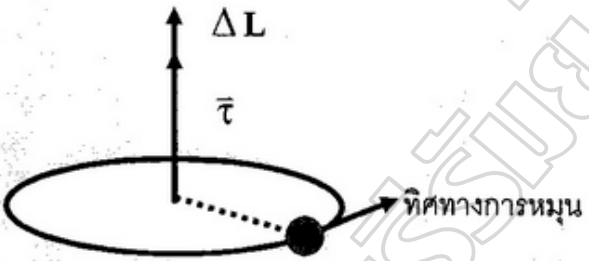
หรือ $\tau = I\dfrac{\Delta\omega}{\Delta t}$

เมื่อ I คงตัวจะได้ $\tau = \dfrac{I\Delta\omega}{\Delta t}$

$$\tau = \frac{\Delta L}{\Delta t}$$

แรง F ทำให้โมเมนตัม (mv) เปลี่ยนแปลง $F = \dfrac{\Delta P}{t}$

จากสมการที่ได้อาจกล่าวได้ว่า **ทอร์กมีค่าเท่ากับอัตราการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัมเชิงมุม** หมายความว่าถ้ามีทอร์กที่ไม่เป็นศูนย์มากระทำต่อวัตถุ วัตถุนั้นจะมีการเปลี่ยนโมเมนตัมเชิงมุม โดยมีขนาดเพิ่มขึ้น ลดลงหรือเปลี่ยนทิศ ซึ่งขึ้นอยู่กับทิศของทอร์กที่มากระทำ



รูป 4. แสดงทิศทางของทอร์กกับโมเมนตัมเชิงมุมที่เปลี่ยนไป

ในหัวข้อนี้เราจะพิจารณาเฉพาะกรณีที่วัตถุหมุนรอบแกนคงตัวมีทอร์กกับโมเมนตัมเชิงมุมอยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกันเท่านั้น แต่อาจมีทิศเดียวกันหรือสวนทางกันก็ได้ ในกรณีที่มีทิศเดียวกัน วัตถุจะหมุนเร็วขึ้น แต่ถ้ามีทิศตรงข้ามกัน วัตถุนั้นจะหมุนช้าลง ส่วนกรณีที่ทอร์ก ไม่อยู่ในแนวเดียวกันกับโมเมนตัมเชิงมุม จะได้ศึกษาต่อไปในระดับชั้นอุดมศึกษา

กฎการอนุรักษ์โมเมนตัมเชิงมุม

จากการศึกษาเรื่องการหมุนพบว่า ทอร์ก(τ) ทำให้การหมุนมีการเปลี่ยนแปลง แต่ถ้าทอร์ก(τ) ที่มากระทำต่อวัตถุมีค่าเป็นศูนย์ ผลการหมุนจะเป็นอย่างไร ลองพิจารณาสมการความสัมพันธ์ดังต่อไปนี้

จาก $\tau = I\alpha$

เมื่อ $\tau = 0$;

จะได้ $0 = \dfrac{I(\omega_2 - \omega_1)}{t_2 - t_1}$

เมื่อ I ไม่เป็นศูนย์ ดังนั้น

$(\omega_2 - \omega_1) = 0$

จะได้ $\omega_1 = \omega_2$

เมื่อ $\vec{F} = 0$ ผล คือ วัตถุจะไม่เปลี่ยนจากสภาพเดิม คือ ถ้า ค.ท. จะ ค.ท.ด้วย v เท่าเดิม

และเมื่อ $\tau = 0$ ผล คือ วัตถุจะไม่เปลี่ยนจากสภาพเดิม คือ ถ้าหมุน จะ หมุนด้วย ω เท่าเดิม

มหาวิทยาลัยบูรพา Burapha University

แสดงว่าเมื่อ **โมเมนต์ความเฉื่อยมีค่าคงตัว แล้ว ทอร์กที่มากระทำต่อวัตถุเป็นศูนย์ วัตถุจะเคลื่อนที่ด้วยความเร็วเชิงมุมคงตัว** ซึ่งคล้ายกับการเคลื่อนที่ในแนวตรง เมื่อแรงลัพธ์ที่มากระทำต่อวัตถุเป็นศูนย์วัตถุจะเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัว

นอกจากนี้ทอร์กยังมีความสัมพันธ์กับโมเมนตัมเชิงมุมอีกด้วย

จาก $\tau = \frac{\Delta L}{\Delta t}$

เมื่อ $\tau = 0$

ได้ว่า $0 = \frac{\Delta L}{\Delta t}$

และจะได้ $\Delta L = 0$

หรือ $L_2 - L_1 = 0$

ได้ว่า $L_1 = L_2$

จาก $\mathbf{L} = I\omega$

ดังนั้น $I_1\omega_1 = I_2\omega_2$

กฎการอนุรักษ์โมเมนตัมเชิงมุม

(Law of conservation of angular omentum)

เมื่อทอร์ก(τ) เป็นศูนย์

โมเมนตัมเชิงมุมของระบบจะคงตัว

วัตถุจะไม่มีความเร่งเชิงมุม

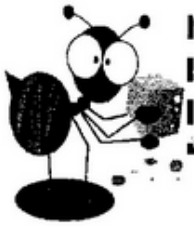
จากความสัมพันธ์ที่ได้อาจสรุปได้ว่า เมื่อทอร์กหรือผลรวมของทอร์กที่กระทำต่อวัตถุที่กำลังหมุนเท่ากับศูนย์ วัตถุจะหมุนด้วยความเร็วเชิงมุมคงตัว นอกจากนี้วัตถุจะมีโมเมนตัมเชิงมุมคงตัวด้วย ซึ่งเรียกความสัมพันธ์นี้ว่า **กฎการอนุรักษ์โมเมนตัมเชิงมุม (Law of conservation of angular momentum)**

มหาวิทยาลัยราชภัฏธนบุรี Thonburi Rajabhat University

ตัวอย่างของการหมุนที่สามารถอธิบายได้โดยการใช้กฎการอนุรักษ์โมเมนตัม เช่น การหมุนตัวของ นักสเกตบนพื้นน้ำแข็งในตอนที่เขาหมุนตัวโดยกางแขนและขาจะมีความเร็วเชิงมุมค่าหนึ่ง แต่เมื่อเขาหุบแขนขาเข้าหาลำตัว จะปรากฏว่าเขามีการหมุนด้วยความเร็วเชิงมุมเพิ่มขึ้น ทั้งนี้อธิบายได้ว่า

เมื่อนักสเกตหุบแขนขาลงระยะกระจายของมวลรอบแกนหมุนน้อยลง ทำให้โมเมนต์ความความเฉื่อยลดลงโดยโมเมนตัมเชิงมุมยังคงเดิม (เพราะ $\tau = 0$) จึงทำให้ค่าความเร็วเชิงมุมเพิ่มขึ้น

มหาวิทยาลัยบูรพา Burapha University



ใบกิจกรรมที่ 1

ให้นักเรียนอภิปรายในกลุ่ม ตามประเด็นคำถามต่อไปนี้แล้วเขียนข้อสรุปลงในกระดาษคำตอบนี้ ต่อจากนั้นนักเรียนจะอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียน (5 คะแนน)

1. โมเมนต์ดัมเชิงมุม L เป็นปริมาณเวกเตอร์หรือสเกลาร์

.....

..... (1คะแนน)

2. สมการโมเมนต์เชิงมุม หาได้จากสูตรใดบ้าง

.....

.....

..... (1คะแนน)

3. โมเมนต์ดัมเชิงมุมบอกหน่วยเป็นอะไร

.....

.....

.....

..... (1คะแนน)

4. ผลคูณของโมเมนต์ดัมเชิงเส้น กับระยะห่างแกนหมุน เรียกว่าอะไร

.....

.....

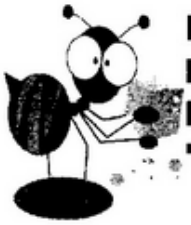
..... (1คะแนน)

5. โมเมนต์ดัมเชิงมุม L มีทิศอย่างไร

.....

..... (1 คะแนน)

มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์ Buriram Rajabhat University



ใบกิจกรรมที่ 2

ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้แล้วเขียนข้อสรุปลงในกระดาษคำตอบนี้ ต่อจากนั้นนักเรียนจะอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียน (5 คะแนน)

1. ถ้าโลกมีมวล = m kg ระยะห่างเฉลี่ยจากโลกถึงดวงอาทิตย์ = R และโลกโคจรรอบดวงอาทิตย์หนึ่งรอบกินเวลานาน T นาที จงหาขนาดโมเมนต์ตัมเชิงมุมของโลกขณะโคจรรอบดวงอาทิตย์ (ถือว่าโลกโคจรเป็นวงกลม)

.....

.....

..... (2คะแนน)

2. อนุภาคมวล m เคลื่อนที่เป็นวงกลมรัศมี R ด้วยอัตราเร็วเชิงมุมคงตัว ω โมเมนตัมเชิงมุมมีค่าเป็นเท่าไร

.....

.....

.....

.....(1 คะแนน)

3. อนุภาคมวล 5 kg เคลื่อนที่เป็นวงกลมรัศมี 5 m ด้วยอัตราเร็วเชิงมุมคงตัว 5 rad/s โมเมนตัมเชิงมุมมีค่าเป็นเท่าไร

.....

.....

.....

.....(2คะแนน)

มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์ Buriram Rajabhat University

ใบกิจกรรมที่ 3

ชื่อ..... ชั้น ม. 5 /..... .....เลขที่.....

คำสั่ง ให้นักเรียนสรุปความรู้ที่เกี่ยวกับโมเมนตัมเชิงมุมเป็นแผนผังมโนทัศน์ (Concept Mapping) เวลา 15 นาที (5 คะแนน)

แผนผังมโนทัศน์ (Concept Mapping)

องค์ความรู้เรื่อง โมเมนตัมเชิงมุม

มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์ Buriram Rajabhat University

เฉลยใบกิจกรรมที่ 1

ให้นักเรียนอภิปรายในกลุ่ม ตามประเด็นคำถามต่อไปนี้แล้วเขียนข้อสรุปลงในกระดาษคำตอบนี้ ต่อจากนั้นนักเรียนจะอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียน (5 คะแนน)

1. **<u>เฉลย</u>** มุมที่จุดศูนย์กลางที่รัศมีกวาดไปได้ใน 1 หน่วยเวลา
2. **<u>เฉลย</u>** $L = I\omega$
3. **<u>เฉลย</u>** $kg.m^2$
4. **<u>เฉลย</u>** โมเมนต์ดัมเชิงมุม
5. **<u>เฉลย</u>** ตั้งฉากกับระนาบการหมุน(หรือขนานกับแกนหมุน)

มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์ Buriram Rajabhat University

เฉลยใบกิจกรรมที่ 2

ให้นักเรียนแปลงหน่วยต่อไปนี้แล้วเขียนข้อสรุปลงในกระดาษคำตอบนี้ ต่อจากนั้นนักเรียนจะอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียน (5 คะแนน)

1). $L = mvr$

$= m(\omega R)R$

$= m\frac{(2\pi R)}{T}R \quad kg.m^2/s$

2). $L = I\omega$

$= (mR^2)\omega$

$= (mR^2)\omega \quad kg.m^2/s$

3). $L = I\omega$

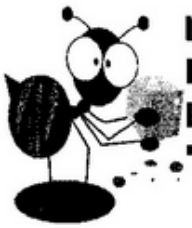
$= (mR^2)\omega$

$= (mR^2)\omega \quad kg.m^2/s$

$= 5(5^2)5$

$= 625 \quad kg.m^2/s$

มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์ Buriram Rajabhat University



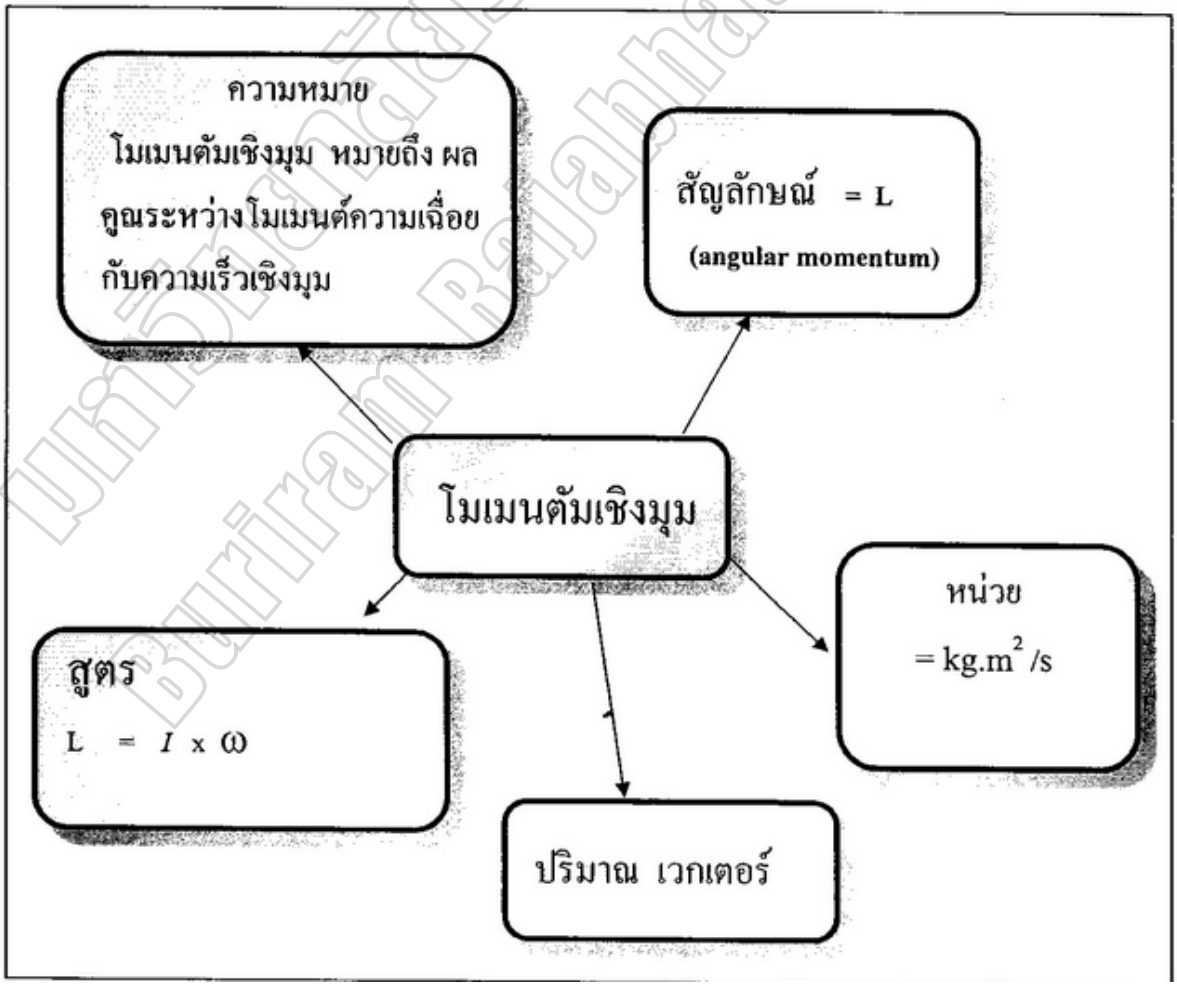
เฉลยใบกิจกรรมที่ 3

ชื่อ..... ชั้น ม. 5 /..... เลขที่.....

คำสั่ง ให้นักเรียนสรุปความรู้ที่เกี่ยวกับโมเมนตัมเชิงมุม เป็นแผนผังมโนทัศน์ (Concept Mapping) เวลา 15 นาที (5 คะแนน)

แผนผังมโนทัศน์ (Concept Mapping)

องค์ความรู้เรื่อง โมเมนตัมเชิงมุม



มหาวิทยาลัยบูรพา Burapha University

แบบทดสอบ

คำสั่ง จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. สัญลักษณ์ของโมเมนต์ตัมเชิงมุม คือ ข้อใด

   ก. Ω

   ข. L

   ค. τ

   ง. I

2. หน่วยของโมเมนต์ตัมเชิงมุม คือ

   ก. กิโลกรัม /เมตร^2

   ข. กิโลกรัม.เมตร^2

   ค. เมตร/วินาที

   ง. เรเดียน/วินาที

3. สมการการหาโมเมนต์เชิงมุม คือข้อใด

   ก. $\tau = \omega_0 + \alpha t$

   ข. $I = mR^2$

   ค. $\tau = FR$

   ง. $L = I\omega$

4. โมเมนต์ตัมเชิงมุม คือข้อใด

   ก. กระจัดเชิงมุม ที่เปลี่ยนไปในเวลาหนึ่ง

   ข. ความเร็ว ที่เปลี่ยนไปในเวลาหนึ่ง

   ค. ปริมาณที่บอกสมบัติด้านการหมุนของวัตถุ

   ง. ผลคูณของโมเมนตัมเชิงเส้นกับรัศมีการหมุน

5. ผลคูณของโมเมนตัมเชิงเส้นกับรัศมีการหมุน เรียกว่า

   ก. ทอร์ก

   ข. ความเร็วเชิงมุม

   ค. โมเมนตัมเชิงมุม

   ง. โมเมนต์ความเฉื่อย

มหาวิทยาลัยราชภัฏธนบุรี Dhonburi Rajabhat University

6. ถ้าโลกมีมวล = m kg ระยะห่างเฉลี่ยจากโลกถึงดวงอาทิตย์ = R และโลกโคจรรอบดวงอาทิตย์หนึ่งรอบกินเวลานาน T นาที จงหาขนาดโมเมนต์ตัมเชิงมุมของโลกขณะโคจรรอบดวงอาทิตย์ (ถือว่าโลกโคจรเป็นวงกลม)

ก. $\frac{2\pi mR^2}{T}$ $kg.m^2/s$

ข. $2\pi mR^2$ $kg.m^2/s$

ค. $2\pi mR^2$ $kg.m^2/s$

ง. $2\pi mR^2$ $kg.m^2/s$

7. อนุภาคมวล 5 kg เคลื่อนที่เป็นวงกลมรัศมี 5 m ด้วยอัตราเร็วเชิงมุมคงตัว 5 rad/s โมเมนตัมเชิงมุมมีค่าเป็นเท่าไร

ก. 25 $kg.m^2/s$

ข. 125 $kg.m^2/s$

ค. 225 $kg.m^2/s$

ง. 625 $kg.m^2/s$

8. อนุภาคมวล 4 kg โมเมนตัมเชิงมุม 64 เคลื่อนที่ ด้วยอัตราเร็วเชิงมุมคงตัว 4 rad/s รัศมีมีค่าเป็นเท่าไร

ก. 2 m

ข. 4 m

ค. 6 m

ง. 8 m

9. โมเมนตัมเชิงมุม 25 $kg.m^2/s$ มีโมเมนต์ความเฉื่อย 5 $kg.m^2$ จงหาความเร็วเชิงมุม

ก. 125 rad/s

ข. 75 rad/s

ค. 50 rad/s

ง. 5 rad/s

10. อนุภาคมีมวล 2 kg ความเร็วเชิงเส้น 2 m/s รัศมีการหมุน 4 m จงหาโมเมนตัม

ก. 144 rad/s

ข. 96 rad/s

ค. 64 rad/s

ง. 16 rad/s

มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์ Buriram Rajabhat University

เฉลยแบบทดสอบ

คำสั่ง จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

ข้อ	คำตอบ
1	ข
2	ข
3	ง
4	ง
5	ค
6	ก
7	ง
8	ก
9	ง
10	ง

มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์ Buriram Rajabhat University