

บทที่ 6

การแปลงทางเรขาคณิต

ในบทนี้จะกล่าวถึงการแปลงทางเรขาคณิต โดยใช้โปรแกรม GSP ในหัวข้อการสะท้อน การหมุน การเลื่อนขนาน และการย่อ/ขยาย ซึ่งสามารถนำไปใช้ในการสร้างรูปเรขาคณิตต่างๆ ได้โดยสะดวก มีรายละเอียดการสร้างดังกิจกรรมที่ 22 – 28

กิจกรรมที่ 22

การสะท้อน (Reflection)

1. ในการสะท้อนต้องมีเส้นสะท้อนซึ่งเป็นเส้นแทนกระจก สร้างเส้นในแนวตรงเป็นเส้นสะท้อน กำหนดให้เส้นนี้เป็นเส้นสะท้อน โดยเลือกเส้นนี้ ไปที่เมนูการแปลง เลือกคำสั่งระบุเส้นสะท้อนหรือดับเบิลคลิกที่เส้นนั้น
2. สร้างรูปเรขาคณิตใดๆ 1 รูป แล้วเลือกรูปนี้ ไปที่เมนูการแปลง เลือกคำสั่งสะท้อน
3. สำรวจโดยการลากรูปต้นแบบ ส่วนต่างๆ ของรูป หรือเส้นสะท้อน

กิจกรรมที่ 23

การหมุน (Rotation)

1. จะทำการหมุนได้ต้องมีจุดศูนย์กลางของการหมุนก่อน
2. สร้างจุดใดๆ เตรียมไว้หนึ่งจุด กำหนดให้จุดนี้ เป็นจุดศูนย์กลางของการหมุน โดยเลือกจุดนั้น ไปที่เมนูการแปลง เลือกคำสั่งระบุจุดศูนย์กลาง หรือดับเบิลคลิกที่จุดนั้น
3. สร้างรูปใดๆ และกำหนดการหมุนรูปนั้นแบบกำหนดมุมแน่นอน ทำได้ดังนี้
 - 3.1 เลือกรูปนั้น ไปที่เมนูการแปลง เลือกคำสั่งหมุน
 - 3.2 เพิ่มขนาดของมุมในกล่องโต้ตอบเช่น 90°
4. ตรวจสอบโดยการเคลื่อนรูป เคลื่อนจุด หรือเคลื่อนจุดศูนย์กลางของการหมุน
5. กำหนดการหมุนแบบอื่นทำได้โดย
 - 5.1 สร้างมุมที่เปลี่ยนขนาดได้ หนึ่งมุมขึ้นมา เลือกจุดบนมุมทั้งสามจุด ตามลำดับ ไปที่เมนูการแปลง เลือกคำสั่งระบุมุม
 - 5.2 เลือกรูปต้นแบบ ไปที่เมนูการแปลง เลือกคำสั่งหมุน
6. พิจารณาการเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้น เมื่อเปลี่ยนขนาดของมุมที่กำหนด

กิจกรรมที่ 24

การเลื่อนขนาน (Translation)

สร้างและเลือกรูปเรขาคณิตที่ต้องการจะเลื่อน

1. การเลือกรูปเรขาคณิตแบบระบุพิกัดทำได้ดังนี้

1.1 จากเมนูการแปลง เลือกคำสั่งเลื่อนขนานแล้วเลือกแบบของการเลื่อนแบบเชิงขั้วหรือแบบรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากใส่ข้อมูลลงในกล่องโต้ตอบตามแบบที่ต้องการ

1.2 ตรวจสอบโดยการลากรูปต้นแบบหรือส่วนต่างๆ ของรูป

2. การเลือกรูปเรขาคณิตแบบระบุเวกเตอร์ทำได้ดังนี้

2.1 สร้างจุดอิสระสองจุดใดๆ เพื่อกำหนดเป็นเวกเตอร์จากจุดแรกไปยังจุดที่สองคลิกเลือกสองจุดนี้ตามลำดับ

2.2 จากเมนูการแปลง เลือกคำสั่งระบุเวกเตอร์แล้วคลิกเลือกรูป จากนั้นไปที่เมนูการแปลง เลือกคำสั่งเลื่อนขนาน

2.3 ตรวจสอบโดยการลากรูปต้นแบบ ส่วนต่างๆ ของรูป หรือจุดที่แสดงเวกเตอร์

กิจกรรมที่ 25

การย่อ/ขยาย

เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต มีเรื่องหนึ่งที่สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการสร้างสื่อการสอน เพื่อสร้างความสนใจในการเรียนคณิตศาสตร์ คือการย่อ/ขยาย ใน GSP มีคำสั่งนี้อยู่ในเมนูการแปลง ทั้งนี้ การย่อ/ขยาย สามารถทำได้ 3 ลักษณะ คือ

1. ย่อ/ขยาย ใน 1 มิติ เช่น ย่อ/ขยายส่วนของเส้นตรง
2. ย่อ/ขยาย ใน 2 มิติ เช่น ย่อ/ขยายพื้นที่
3. ย่อ/ขยาย ใน 3 มิติ เช่น ย่อ/ขยายรูปที่มีปริมาตร

หมายเหตุ ในที่นี้เราจะศึกษาเฉพาะการย่อ/ขยายรูปใน 1 มิติ และ 2 มิติ

องค์ประกอบของการย่อ / ขยาย มีดังนี้

1. รูปเรขาคณิตหรือวัตถุที่การย่อ/ขยาย
2. จุดศูนย์กลางหรือจุดเริ่มต้น
3. อัตราส่วนของการย่อ/ขยาย
4. ทิศทางของการย่อ/ขยาย

กิจกรรมที่ 26

การย่อ/ขยายใน 1 มิติ

การย่อขยายตามอัตราส่วนคงที่

1. กำหนดจุด A ใดๆ แล้วระบุเป็นจุดศูนย์กลางจากเมนูการแปลง
2. สร้างส่วนของเส้นตรง CD แล้วเลือกส่วนของเส้นตรง CD (ส่วนของเส้นตรงที่

ต้องการย่อ/ขยาย)

3. ไปที่เมนูการแปลง เลือกคำสั่งย่อ/ขยาย จะได้กล่องโต้ตอบทดลองเติมจำนวนลงในอัตราส่วน ทั้งจำนวนเต็มลบและจำนวนเต็มบวก พิจารณาเส้นต่างๆ ที่เกิดว่าสัมพันธ์กับจำนวนที่ระบุลงในกล่องโต้ตอบอย่างไร

4. ลองขยับจุดศูนย์กลาง หรือส่วนของเส้นตรงต้นแบบ (CD) พิจารณาทิศทางของภาพที่เกิดจากการย่อ / ขยาย

5. ลากส่วนของเส้นตรงเชื่อมจุดสมนัยของรูปต้นแบบและภาพที่เกิดผ่านจุดศูนย์กลาง พิจารณารูปสามเหลี่ยมที่เกิดขึ้น เช่น จะเห็นว่ารูปสามเหลี่ยม ACD และ $A'C'D'$ เป็นรูปสามเหลี่ยมคล้ายไม่ว่าจะโยกจุดไปทิศทางใด

กิจกรรมที่ 27

การย่อ/ขยายใน 2 มิติ

องค์ประกอบของการย่อ/ขยาย ใน 2 มิติ มีในทำนองเดียวกันกับ 1 มิติ

1. สร้างรูปหลายเหลี่ยมใดๆ 1 รูป
2. สร้างจุด A ใดๆ ระบุให้เป็นจุดศูนย์กลาง
3. ไปที่เมนูการแปลง เลือกคำสั่งย่อ/ขยาย กำหนดอัตราส่วนตามใจชอบ เช่น $\frac{1}{2}$
4. เคลื่อนจุดศูนย์กลางพิจารณาภาพ ย่อ/ขยายที่เคลื่อนไหว
5. สร้างส่วนของเส้นตรงเชื่อมต่อระหว่างจุดสมนัย ของรูปต้นแบบและภาพที่

เกิดจากการย่อ/ขยาย ผ่านจุดศูนย์กลางจะพบว่าได้รูปสามเหลี่ยมคล้ายเสมอ

กิจกรรมที่ 28

การย่อ/ขยาย ในอัตราส่วนต่างๆ

การย่อ/ขยาย ที่มีการเปลี่ยนขนาดอย่างต่อเนื่องจะต้องใช้อัตราส่วนที่มีการเปลี่ยนค่าอย่างต่อเนื่องเป็นอัตราส่วนที่ระบุ

อัตราส่วนของการย่อ/ขยาย มี 2 แบบ คือ

1. อัตราส่วนคงที่ เป็นอัตราส่วนที่จะต้องกำหนดตัวเลขที่แน่นอน
2. อัตราส่วนที่ระบุ เป็นอัตราส่วนที่เราสามารถเปลี่ยนแปลงได้

การเคลื่อนจุดใน GSP จุดสามารถสั่งให้เคลื่อนไหวได้ 2 แบบดังนี้

1. การเคลื่อนที่จุด เป็นการสั่งให้จุดเคลื่อนที่จากจุดต้นทางไปยังจุดปลายทาง ดังนั้นการสั่งให้จุดเคลื่อนที่ที่จะต้องคลิกจุดต้นทางและจุดปลายทางตามลำดับ

2. การเคลื่อนไหวจุด เป็นการสั่งให้จุดเปลี่ยนตำแหน่งโดยไม่ต้องมีจุดหมายปลายทาง การสั่งให้จุดเคลื่อนไหวทำได้ 2 แบบ คือ

2.1 การสั่งเคลื่อนไหวจุดที่วาง ณ ตำแหน่งใดๆ บนระนาบ จุดประเภนี้ จะเคลื่อนไหวแบบสุ่มมีทิศทางไม่แน่นอน

2.2 การสั่งเคลื่อนไหวจุดให้ไปในทิศทางที่ต้องการ จะต้องมีการสร้างเส้นทางการเคลื่อนของจุดก่อนแล้วนำจุดไปวางบนเส้นทางที่สร้างซึ่งอาจเป็นส่วนของเส้นตรง ส่วนโค้ง จากนั้นจึงใช้คำสั่งการเคลื่อนไหวจุดแล้วกำหนดทิศทางและความเร็วของการเคลื่อนไหว

การสร้างสื่อการย่อ/ขยาย อย่างต่อเนื่อง โดยใช้อัตราส่วนที่ระบุ

1. กำหนดจุด 1 จุดเป็นจุด A
2. เลื่อนขนาจุดนั้นไปยังแนวนอน 1 เซนติเมตร เป็นจุด A'
3. เลือกจุดที่ A และ A' ตามลำดับสร้างรังสี
4. กำหนดจุดใดๆ บนรังสีเป็นจุด B
5. เลือกจุด A , A' และ B ตามลำดับ ไปที่เมนูการวัด เลือกคำสั่งอัตราส่วน จะได้

อัตราส่วน $\frac{AB}{AA'} = 5 \div 1$ จะสังเกตเห็นว่าระยะระหว่างจุดที่ A และ A' จะเป็นส่วนของอัตราส่วนระยะระหว่างจุด A และ B จะเป็นตัวเลขของอัตราส่วน

6. เมื่อได้อัตราส่วน นำอัตราส่วนนั้นมาใช้อยู่/ขยาย โดยวาดรูปใดๆ แล้วดำเนินการต่อไป

- 6.1 กำหนดจุดศูนย์กลาง แล้วระบุเป็นจุดศูนย์กลางจากเมนูการแปลง
- 6.2 เลือกค่าอัตราส่วน แล้วไปที่เมนูการแปลง เลือกคำสั่งระบุตัวประกอบอัตราส่วนเพื่อกำหนดเป็นอัตราส่วนในการย่อ/ขยาย
- 6.3 เลือกรูปที่เราต้องการย่อ/ขยาย ที่เมนูการแปลง เลือกคำสั่งย่อ/ขยาย

การย่อ/ขยาย

เลือกคำสั่งซ่อน

7. ทดลองปรับหรือเคลื่อนจุด B บนรังสี ทดลองปรับเคลื่อนจุดศูนย์กลางของ
8. เพื่อให้การแสดงผลน่าพอใจ เราอาจซ่อนรูปต้นแบบ โดยไปที่เมนูแสดงผล