การศึกษามโนทัศน์ของรูปสามเหลี่ยม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

A Study of the Concept of a Triangle of Middle School Student

กาญจนา สายสุรินทร์[1] นวพล นนทภา[2]

[1]นักศึกษาปริญญามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
kanjana-math@hotmail.com

[2]อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
nawapoon@hotmail.com

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีจุดประสงค์เพื่อ 1) เพื่อศึกษามโนทัศน์ของรูปสามเหลี่ยมตามระดับการคิดทางเรขาคณิตตาม Van Hiele Model ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ที่มีระดับชั้นและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแตกต่างกัน 2) เพื่อศึกษาแนวคิดเกี่ยวกับมโนทัศน์ของรูปสามเหลี่ยมตามระดับการคิดทางเรขาคณิตตาม Van Hiele Model ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น โรงเรียนขามแก่นนคร ตำบลศิลา อำเภอเมือง จังหวัดขอนแก่น ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560 จำนวน 298 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แบบทดสอบ มโนทัศน์ของรูปสามเหลี่ยม เป็นแบบทดสอบแบบเลือกตอบ ชนิด 5 ตัวเลือก และแบบสัมภาษณ์มโนทัศน์ของรูปสามเหลี่ยม สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ การแจกแจงความถี่ ร้อยละ และใช้วิธีการศึกษาเฉพาะรายกรณี แล้วนำเสนอด้วยวิธีพรรณนาวิเคราะห์ ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น มีมโนทัศน์ของรูปสามเหลี่ยมตามระดับการคิดทางเรขาคณิตตาม Van Hiele Model ระดับที่ 0 มากที่สุด จำนวน 126 คน คิดเป็นร้อยละ 42.28 รองลงมาคือ ระดับ 1 จำนวน 120 คน คิดเป็นร้อยละ 40.27 ระดับที่ 2 จำนวน 47 คน คิดเป็นร้อยละ 15.77 และระดับที่ 3 จำนวน 5 คน คิดเป็นร้อยละ 1.68 ตามลำดับ 2) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น มีแนวคิดเกี่ยวกับมโนทัศน์ของรูปสามเหลี่ยมตามระดับการคิดทางเรขาคณิตตาม Van Hiele Model จากการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนมุ่งเน้นการหาคำตอบโดยใช้การท่องจำจากกฎและนิยาม เน้นการดำเนินการจากการวาดรูปหรือมองภาพเพื่อใช้ประกอบในการหาคำตอบ

คำสำคัญ: มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ รูปสามเหลี่ยม ระดับการคิดทางเรขาคณิตตาม Van Hiele Model

ABSTRACT

The purpose of this research were 1) to study the concept of triangular geometric thinking levels, according to the Van Hiele Model of middle school students with class level and achievement different. 2) To study conceptual of triangles according to the geometric thinking level of the Van Hiele Model of middle school students. The sample consisted of 298 middle school students of Khamkaennakorn School, in the academic year of 2017. The instruments were tested concept of the triangle 5 choice answer and interview concepts of the triangle. The statistics used in the research were analyzed through a frequency, a percentage and a case study method; the findings were presented through the descriptive analysis. Results were as follows: 1) Middle school students, the concept of triangle was based on the level of geometric thinking. According to Van Hiele Model level, the highest level of 126 students was 42.28%, followed by Level 1, 120 students was 40.27%, level 2 47 students was 15.77% and level 3, 5 students was 1.68% respectively. 2) Middle school students, the idea about the concept of a triangle based on geometric thinking based on Van Hiele Model of the interview, the students focus on finding answers to the memorization of rules and definitions the implementation of the drawing or image used for finding the answer.

Keywords: Mathematics Concept, Triangle, The geometric thinking based on Van Hiele Model

BURIRAM RAJABHAT UNIVERSITY

1. บทนำ

มโนทัศน์ (Concept) เป็นความคิดโดยทั่วไป ที่รวบรวมได้มาจากกรณีลักษณะเฉพาะทั้งหลายที่แสดงให้เห็นถึงลักษณะทั้งหมดของประเภทหรือลักษณะเฉพาะอย่างของวัตถุหรือความคิดต่างๆ (Wesley and Wronski., 1973, p. 96) มโนทัศน์เป็นสิ่งจำเป็นสำหรับการดำเนินชีวิตในสังคม เนื่องจากพฤติกรรมของมนุษย์ไม่ว่าจะเป็นด้านความคิดการสื่อความหมายระหว่างกัน การแก้ปัญหา การตัดสินใจ ล้วนต้องผ่านเครื่องกรองที่เป็นมโนทัศน์มาก่อนทั้งสิ้น (Cockburn and Littler., 2010, pp. 3-6) ได้กล่าวว่า มโนทัศน์เป็นรากฐานของความคิด มนุษย์จะคิดไม่ได้ถ้าไม่มีมโนทัศน์พื้นฐาน เพราะมโนทัศน์จะช่วยในการตั้งกฎเกณฑ์ หลักการต่างๆ และยังช่วยให้สามารถแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ได้ ในการเริ่มต้นเรียนรู้เรื่องต่างๆ การสร้างมโนทัศน์ที่ถูกต้องให้กับนักเรียนจึงเป็นเรื่องที่มีความสำคัญที่สุด (Podell, 1958, pp. 1-20) ได้กล่าวว่า กระบวนสร้างมโนทัศน์มี 2 ลักษณะ คือ การเห็นลักษณะร่วม (Composite Photograph) ผู้เรียนสามารถมองเห็นหรือเข้าใจลักษณะร่วมกันของวัตถุหรือสถานการณ์กลุ่มใดกลุ่มหนึ่งโดยผู้เรียนมิได้กระทำกิจกรรมเพื่อค้นหามโนทัศน์มากนัก และ การกระทำเพื่อค้นหามโนทัศน์ (Active Search) ซึ่งต้องการทำกิจกรรมต่างๆ เพื่อค้นหามโนทัศน์ โดยต้องคาดการณ์ไว้ก่อนล่วงหน้าว่าลักษณะร่วมของสิ่งต่างๆ เหล่านั้นคืออะไร แล้วค่อยทำกิจกรรมอยู่เสมอ เพื่อเป็นการทดสอบการสร้างมโนทัศน์

มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญมากสำหรับทั้งผู้สอนและผู้เรียนคณิตศาสตร์ เนื่องจากมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นมโนทัศน์เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ เป็นความรู้ความเข้าใจที่ถ่องแท้ ที่จะทำให้ผู้สอนสอนคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ และสามารถเชื่อมโยงไปสู่การใช้งานของคณิตศาสตร์ได้ นักวิชาการมากมายแสดงความคิดเห็นว่าผู้สอนจะสอนคณิตศาสตร์ได้ไม่ดี ถ้าผู้สอนขาดมโนทัศน์เกี่ยวกับสิ่งที่สอนในขณะเดียวกัน มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก็มีความสำคัญมากสาหรับผู้เรียนในการคิด การเรียนรู้และการทำงานทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากมโนทัศน์จะทำให้ผู้เรียนเข้าใจสิ่งต่างๆ ทางคณิตศาสตร์เป็นอย่างดี และสามารถนำส่งเหล่านั้นไปใช้ในการแก้ปัญหาที่ซับซ้อนและไม่คุ้นเคยได้ (อัมพร ม้าคนอง, 2557, น. 17) และมโนทัศน์ทางเรขาคณิต เป็นความเข้าใจเกี่ยวกับเรขาคณิตในด้านการคำนวณ ความสัมพันธ์ กับจำนวน การให้เหตุผลอย่างมีระบบและคุณลักษณะภายนอกของสิ่งของ อันเกิดจากการสังเกตหรือการได้รับประสบการณ์แล้วนำลักษณะนั้นมาประมวลเข้าด้วยกันให้เป็นข้อสรุปทางเรขาคณิต (Good, 1959, p. 118)

รูปสามเหลี่ยม เป็นเนื้อหาหนึ่งของรูปเรขาคณิต ประกอบด้วยส่วนของเส้นตรงสามเส้นเชื่อมจุดปลายต่อกันเป็นรูปปิดในระนาบ (อัมพร ม้าคนอง, 2558, น. 15) และเป็นรูปหลายเหลี่ยมชนิดหนึ่งประกอบด้วยด้านที่เป็นส่วนของเส้นตรง 3 เส้น ส่วนของเส้นตรงทั้งสามนี้ต้องอยู่บนระนาบเดียวกัน ซึ่งทำให้เกิดมุม 3 มุม (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2543, น. 13) รูปสามเหลี่ยมสามารถเรียกตามลักษณะของความยาวของด้าน หรือขนาดของมุม โดยแบ่งเป็น 2 ลักษณะดังนี้ หนึ่ง รูปสามเหลี่ยมแบ่งตามลักษณะของด้าน ได้แก่ รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า คือรูปสามเหลี่ยมที่มีด้านทั้งสามยาวเท่ากัน รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว คือรูปสามเหลี่ยมที่มีด้านยาวเท่ากันสองด้าน และรูปสามเหลี่ยมด้านไม่เท่า คือรูปสามเหลี่ยมที่มีด้านทั้งสามยาวไม่เท่ากัน และสองรูปสามเหลี่ยมแบ่งตามขนาดของมุม ได้แก่ รูปสามเหลี่ยมมุมแหลม คือรูปสามเหลี่ยมที่มีมุมทั้งสามเป็นมุมแหลม (มีขนาดเล็กกว่ามุมฉาก) รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก คือรูปสามเหลี่ยมที่มีมุมหนึ่งเป็นมุมฉาก

และรูปสามเหลี่ยมมุมป้าน คือรูปสามเหลี่ยมที่มีมุมหนึ่งเป็นมุมป้าน (มีขนาดใหญ่กว่ามุมฉาก) (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2551, น. 220-221)

Van Hiele Model เป็นรูปแบบเกี่ยวกับความคิดทางเรขาคณิต เพื่อใช้ประเมินความสามารถของนักเรียน โดยวัดจากระดับความคิดทางเรขาคณิต จากการศึกษาค้นคว้าและการทำงานวิจัยของ Pierre Van Hiele และ Dina Van Hiele พบว่า ปัญหาที่เกิดขึ้นกับนักเรียนเกี่ยวกับการเรียนเรขาคณิต คือ นักเรียนไม่เข้าใจในเนื้อหาวิชาเรขาคณิต นักเรียนให้ความคิดเห็นว่าเรขาคณิตเป็นเรื่องยาก Van Hiele Model ได้แบ่งระดับความคิดทางเรขาคณิตจากระดับต่ำสุดไปสู่ระดับสูงสุดเป็น 5 ระดับ มีรายละเอียดในแต่ละระดับดังนี้ ระดับ 0 : ระดับการมองเห็นรูปธรรมภายนอก (Visualization) ระดับ 1 : ระดับการวิเคราะห์ (Analysis) ระดับ 2 : ระดับการอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน (Informal deduction) ระดับ 3 : ระดับการอนุมานที่เป็นแบบแผน (formal deduction) และระดับ 4 : ระดับการคิดสุดยอด (Rigor) ครูเป็นบุคคลำคัญที่ต้องรู้พัฒนาการระดับขั้นการคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนที่ต้องพฒนาอย่างสมบูรณ์เป็นไปตามระดับขั้นไม่สามารถคิดข้ามขั้นได้ กล่าวคือนักเรียนต้องผ่านการคิดจากขั้นต่ำไปสู่ขั้นสูงทีละขั้น พร้อมกันนี้ครูควรหมั่นประเมินนักเรียนตรวจสอบความเข้าใจและสื่อสารกับนักเรียนในขณะที่ทำการเรียนการสอนอยู่เสมอ (Crowley., 1987, pp. 2-3 ; Regen, et al., 2002, pp. 1-3)

จากรายงานการทดสอบระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O-Net) โดยสถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ (องค์การมหาชน) หรือ สทศ. กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ปีการศึกษา 2559 พบว่าข้อสอบรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ โดยเฉพาะเรื่องรูปสามเหลี่ยม ผลสัมฤทธิ์ในการทดสอบระดับชาติชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีคะแนนอยู่ในระดับต่ำ ผู้เกี่ยวข้องต้องตระหนักถึงความสำคัญและจำเป็นในการสร้างหรือพัฒนาเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่ถูกต้อง จึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งที่จะพัฒนานักเรียนให้มีความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์ให้มากกว่าที่เป็นอยู่ ซึ่งการที่นักเรียนจะมีความสามารถดังกล่าวได้ จะต้องมีความรู้ความเข้าใจที่ถ่องแท้เกี่ยวกับเนื้อหา นั่นคือต้องมีความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (อัมพร ม้าคนอง, 2552, น. 2) และนักเรียนไม่มีความเข้าใจในนิยามพื้นฐานการเรียนคณิตศาสตร์ ซึ่งพิจารณาแล้วในเรื่อง รูปสามเหลี่ยมนั้นนักเรียนไม่สามารถแยกลักษณะสำคัญและความสัมพันธ์ของรูปสามเหลี่ยมชนิดต่างๆ ได้ จัดอยู่ในมโนทัศน์ เรื่อง ชนิดของรูปสามเหลี่ยมเมื่อกำหนดโจทย์ให้สร้างรูปสามเหลี่ยมโดยระบุขนาดของส่วนประกอบมานั้นนักเรียนไม่สามารถสร้างได้เนื่องจากไม่เข้าใจในส่วนประกอบของรูปสามเหลี่ยม จัดอยู่ในมโนทัศน์เรื่อง ส่วนประกอบของรูปสามเหลี่ยม จากปัญหาข้างต้น สะท้อนให้เห็นว่านักเรียนยังประสบปัญหาเกี่ยวกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสามเหลี่ยม จึงมีความจำเป็นที่จะพัฒนาความสามารถดังกล่าวอย่างจริงแท้ เพื่อเป็นการส่งเสริมการเรียนการสอนในระดับที่สูงให้เกิดประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้นและเป็นการส่งเสริมให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงขึ้นด้วย

จากเหตุผลดังกล่าว ผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะศึกษามโนทัศน์ของรูปสามเหลี่ยม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น โรงเรียนขามแก่นนคร ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560 เพื่อเป็นแนวทางในการส่งเสริมและพัฒนาการการเรียนรู้เรขาคณิต โดยเฉพาะมโนทัศน์เรื่องรูปสามเหลี่ยมของนักเรียนกลุ่มดังกล่าว และระดับชั้นที่สูงขึ้น

2. วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อศึกษามโนทัศน์ของรูปสามเหลี่ยมตามระดับการคิดทางเรขาคณิตตาม Van Hiele Model ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ที่มีระดับชั้นและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแตกต่างกัน

2. เพื่อศึกษาแนวคิดเกี่ยวกับมโนทัศน์ของรูปสามเหลี่ยมตามระดับการคิดทางเรขาคณิตตาม Van Hiele Model ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

3. วิธีดำเนินการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น โรงเรียนขามแก่นนคร ตำบลศิลา อำเภอเมือง จังหวัดขอนแก่น ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560 จำนวน 911 คน กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น โรงเรียนขามแก่นนคร ตำบลศิลา อำเภอเมือง จังหวัดขอนแก่น ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560 จำนวน 298 คน ได้มาจากการสุ่มแบบแบ่งชั้นภูมิชนิดอย่างมีระบบ (Stratified Random Sampling) โดยจำแนกตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและระดับชั้น

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ แบบทดสอบมโนทัศน์ของรูปสามเหลี่ยม และแบบสัมภาษณ์แบบกึ่งโครงสร้าง โดยมีรายละเอียดดังนี้ แบบทดสอบมโนทัศน์ของรูปสามเหลี่ยม เป็นแบบทดสอบแบบเลือกตอบ ชนิด 5 ตัวเลือก ผู้วิจัยได้พัฒนามาจากแนวคิดของ Van Hiele Model (1987,p.2-3) จำนวน 5 ข้อ ใช้เวลาในการทำแบบทดสอบ 30 นาที และแบบสัมภาษณ์มโนทัศน์ของรูปสามเหลี่ยม เป็นแบบสัมภาษณ์แบบกึ่งโครงสร้างมีการเตรียมคำถามไว้ล่วงหน้า โดยผู้ถูกสัมภาษณ์ทุกคนต้องตอบคำถามชุดเดียวกัน และเปิดโอกาสผู้ให้สัมภาษณ์ตอบได้โดยอิสระ

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ใช้แบบทดสอบมโนทัศน์ของรูปสามเหลี่ยมและแบบสัมภาษณ์มโนทัศน์ของรูปสามเหลี่ยมเป็นเครื่องมือ โดยจะแบ่งออกเป็น 2 ระยะ ดังนี้ ระยะที่ 1 กลุ่มตัวอย่างทำแบบทดสอบมโนทัศน์ของรูปสามเหลี่ยมตามระดับการคิดทางเรขาคณิตของ Van Hiele Model เป็นแบบทดสอบแบบเลือกตอบ ชนิด 5 ตัวเลือก แล้วนำมาตรวจให้คะแนน ระยะที่ 2 สัมภาษณ์กรณีศึกษา (Case Study) เพื่อศึกษาแนวคิดเกี่ยวกับมโนทัศน์ของรูปสามเหลี่ยมของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น โดยเลือกนักเรียนเป็นกรณีศึกษา จำนวน 9 คน ซึ่งแบ่งนักเรียนเรียนตามระดับชั้นและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

การวิเคราะห์มโนทัศน์ของรูปสามเหลี่ยม จากแบบทดสอบ โดยการแจกแจงความถี่ ร้อยละ และศึกษามโนทัศน์ของรูปสามเหลี่ยม โดยใช้วิธีการศึกษาเฉพาะรายกรณี แล้วนำเสนอด้วยวิธีพรรณนาวิเคราะห์ (Descriptive Analysis)

4. ผลการวิจัย

ผลการวิจัย เรื่อง การศึกษามโนทัศน์ของรูปสามเหลี่ยม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ผู้วิจัยได้กำหนดขั้นตอนในการวิเคราะห์ข้อมูลเป็น 2 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 วิเคราะห์มโนทัศน์ของรูปสามเหลี่ยมตามระดับการคิดทางเรขาคณิตตาม Van Hiele Model ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ที่มีระดับชั้นและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแตกต่างกัน ดังแสดงในตารางที่ 1

ตอนที่ 2 วิเคราะห์แนวคิดเกี่ยวกับมโนทัศน์ของรูปสามเหลี่ยมตามระดับการคิดทางเรขาคณิตตาม Van Hiele Model ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ดังแสดงในตารางที่ 2

ตารางที่ 1 มโนทัศน์ของรูปสามเหลี่ยมตามระดับการคิดทางเรขาคณิตตาม Van Hiele Model ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ที่มีระดับชั้นและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแตกต่างกัน

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน	ระดับชั้น		มโนทัศน์ของรูปสามเหลี่ยมตามระดับการคิดทางเรขาคณิตตาม Van Hiele Model						
			0	1	2	3	4	รวม	ร้อยละ
สูง	ม.1	จำนวนนักเรียน	0	13	24	0	0	37	33.64
	ม.2	จำนวนนักเรียน	0	7	4	1	0	12	12.50
	ม.3	จำนวนนักเรียน	0	5	9	4	0	18	19.57
กลาง	ม.1	จำนวนนักเรียน	18	15	5	0	0	38	34.54
	ม.2	จำนวนนักเรียน	15	17	3	0	0	35	36.46
	ม.3	จำนวนนักเรียน	7	19	2	0	0	28	30.43
ต่ำ	ม.1	จำนวนนักเรียน	25	10	0	0	0	35	31.82
	ม.2	จำนวนนักเรียน	32	17	0	0	0	49	51.04
	ม.3	จำนวนนักเรียน	29	17	0	0	0	46	50.00
รวม		จำนวนนักเรียน	126	120	47	5	0	298	
		ร้อยละ	42.28	40.27	15.77	1.68	0	100	

จากตารางที่ 1 พบว่า ระดับการคิดทางเรขาคณิตตาม Van Hiele Model ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ได้ดังนี้ นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง แบ่งตามระดับชั้น ได้แก่ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 37 คน คิดเป็นร้อยละ 33.64 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 12 คน คิดเป็นร้อยละ 12.50 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 18 คน คิดเป็นร้อยละ 19.57 นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนกลาง แบ่งตามระดับชั้น ได้แก่ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 38 คน คิดเป็นร้อยละ 34.54 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 35 คน คิดเป็นร้อยละ 36.46 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 28 คน คิดเป็นร้อยละ 30.43 และนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ แบ่งตามระดับชั้น ได้แก่ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 35 คน คิดเป็นร้อยละ 31.82 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 49 คน คิดเป็นร้อยละ 51.04 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 46 คน คิดเป็นร้อยละ 50.00

ตารางที่ 2 แนวคิดเกี่ยวกับมโนทัศน์ของรูปสามเหลี่ยมตามระดับการคิดทางเรขาคณิตตาม Van Hiele Model ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

นักเรียนที่เป็นกรณีศึกษา	แนวคิดเกี่ยวกับมโนทัศน์ของรูปสามเหลี่ยมตามระดับการคิดทางเรขาคณิตตาม Van Hiele Model ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น		
	ข้อ 1	ข้อ 2	ข้อ 3
A_1	การวัด/นิยาม	ไม่มี	ตรวจสอบคำตอบได้
A_2	ใช้กฎ/นิยาม	ไม่มี	ตรวจสอบคำตอบได้
A_3	ใช้กฎ/นิยาม	มี	ตรวจสอบคำตอบได้
B_1	รูปภาพ/นิยาม	ไม่มี	ตรวจสอบคำตอบได้
B_2	การวัด/นิยาม	ไม่มี	ตรวจสอบคำตอบได้
B_3	นิยาม	ไม่มี	ตรวจสอบคำตอบได้
C_1	รูปภาพ	ไม่มี	ตรวจสอบคำตอบได้
C_2	รูปภาพ	ไม่มี	ตรวจสอบคำตอบได้
C_3	นิยาม	ไม่มี	ตรวจสอบคำตอบได้

จากตารางที่ 2 พบว่า ผลการสัมภาษณ์แนวคิดเกี่ยวกับมโนทัศน์ของรูปสามเหลี่ยมตามระดับการคิดทางเรขาคณิตตาม Van Hiele Model ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น เป็นดังนี้

กรณีของ A_1 พบว่า นักเรียนใช้วิธีการวัดรูปสามเหลี่ยมในการแสดงแนวคิดควบคู่นิยามที่นักเรียนจำได้ในการหาคำตอบเกี่ยวกับมโนทัศน์ของรูปสามเหลี่ยม และไม่มีวิธีการหาคำตอบที่หลากหลาย นักเรียนสามารถตรวจสอบคำตอบได้ถูกต้อง

กรณีของ A_2 พบว่า นักเรียนใช้กฎและนิยามที่นักเรียนจำได้ใช้ในการหาคำตอบเกี่ยวกับมโนทัศน์ของรูปสามเหลี่ยม และไม่มีวิธีการหาคำตอบที่หลากหลาย นักเรียนสามารถตรวจสอบคำตอบได้ถูกต้อง

กรณีของ A_3 พบว่า นักเรียนใช้กฎและนิยามของรูปสามเหลี่ยมในการหาคำตอบเกี่ยวกับมโนทัศน์ของรูปสามเหลี่ยม และมีวิธีการหาคำตอบที่หลากหลาย นักเรียนสามารถตรวจสอบคำตอบได้ถูกต้อง

กรณีของ B_1 พบว่า นักเรียนใช้รูปภาพประกอบกับนิยามของรูปสามเหลี่ยมในการหาคำตอบเกี่ยวกับมโนทัศน์ของรูปสามเหลี่ยม และไม่มีวิธีการหาคำตอบที่หลากหลาย นักเรียนสามารถตรวจสอบคำตอบได้ถูกต้อง

กรณีของ B_2 พบว่า นักเรียนใช้วิธีการวัดรูปสามเหลี่ยมและนิยามของรูปสามเหลี่ยมที่จำได้ในการแสดงแนวคิดหาคำตอบเกี่ยวกับมโนทัศน์ของรูปสามเหลี่ยม และไม่มีวิธีการหาคำตอบที่หลากหลาย นักเรียนสามารถตรวจสอบคำตอบได้ถูกต้อง

กรณีของ B_3 พบว่า นักเรียนใช้นิยามรูปสามเหลี่ยมในการหาคำตอบเกี่ยวกับมโนทัศน์รูปสามเหลี่ยม และไม่มีวิธีการหาคำตอบที่หลากหลาย นักเรียนสามารถตรวจสอบคำตอบได้ถูกต้อง

กรณีของ C_1 พบว่า นักเรียนใช้การดูรูปภาพประกอบในการแสดงแนวคิดหาคำตอบเกี่ยวกับมโนทัศน์ของรุปสามเหลี่ยม และไม่มีวิธีการหาคำตอบที่หลากหลาย นักเรียนสามารถตรวจสอบคำตอบได้ถูกต้อง

กรณีของ C_2 พบว่า นักเรียนใช้รูปภาพประกอบในการหาคำตอบเกี่ยวกับมโนทัศน์ของรูปสามเหลี่ยม และไม่มีวิธีการหาคำตอบที่หลากหลาย นักเรียนสามารถตรวจสอบคำตอบได้ถูกต้อง

กรณีของ C_3 พบว่า นักเรียนใช้วิธีการจำนิยามของรูปสามเหลี่ยมในการแสดงแนวคิดในการหาคำตอบเกี่ยวกับมโนทัศน์ของรูปสามเหลี่ยม และไม่มีวิธีการหาคำตอบที่หลากหลาย นักเรียนสามารถตรวจสอบคำตอบได้ถูกต้อง

5. อภิปรายผล

ในการวิจัย เรื่อง การศึกษามโนทัศน์ของรูปสามเหลี่ยม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น สามารถอภิปรายผลการวิจัย ดังนี้

ผลการศึกษามโนทัศน์ของรูปสามเหลี่ยมตามระดับการคิดทางเรขาคณิตตาม Van Hiele Model ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ที่มีระดับชั้นและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแตกต่างกัน พบว่า นักเรียนมีมโนทัศน์ของรูปสามเหลี่ยมตามระดับการคิดทางเรขาคณิตตาม Van Hiele Model ระดับที่ 0 (การมองเห็นรูปธรรมภายนอก) มากที่สุด จำนวน 126 คน คิดเป็นร้อยละ 42.28 รองลงมาคือ ระดับ 1 (การวิเคราะห์) จำนวน 120 คน คิดเป็นร้อยละ 40.27 ระดับที่ 2 (การอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน) จำนวน 47 คน คิดเป็นร้อยละ 15.77 และระดับที่ 3 (การอนุมานที่เป็นแบบแผน) จำนวน 5 คน คิดเป็นร้อยละ 1.68 ซึ่งแสดงให้เห็นว่า นักเรียนส่วนมากมีการคิดอยู่ในระดับต่ำกว่าระดับ 3 อาจเป็นเพราะ นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจโดยการท่องจำรูปร่าง กฎ นิยาม และสมบัติของเรขาคณิต ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ คมกริช สุขแก้ว (2552, น. 51-53) พบว่า ระดับความคิดตามแบบของแวน ฮีลีของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ปีที่ 2 และปีที่ 3 กระจายอยู่ทั้งในระดับ 1 ระดับ 2 และระดับ 3 และสอดคล้องกับงานวิจัยของ เยาวเรศ เสนากิจ (2555, น. 77-83) พบว่า ระดับการคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวน ฮีลี และปัจจัยที่เกี่ยวข้องของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยรวม ระดับ 1 ร้อยละ 36.05 ระดับ 2 ร้อยละ 26.75 ระดับ 3 ร้อยละ 17.44 และระดับ 4 ร้อยละ 9.30 และปัจจัยที่เกี่ยวข้องกับระดับการคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวน ฮีลี มีสามปัจจัย คือปัจจัยทางด้านนักเรียน ปัจจัยทางด้านครูผู้สอน และปัจจัยทางด้านผู้ปกครอง

ผลการศึกษาแนวคิดเกี่ยวกับมโนทัศน์ของรูปสามเหลี่ยมตามระดับการคิดทางเรขาคณิตตาม Van Hiele Model ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น พบว่า นักเรียนมุ่งเน้นการหาคำตอบโดยใช้การท่องจำจากกฎและนิยาม เน้นการดำเนินการจากการวาดรูปหรือมองภาพเพื่อใช้ประกอบในการหาคำตอบ ทำให้นักเรียนไม่มีความสามารถให้เหตุผลและประยุกต์ใช้ได้ในระดับการคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวน ฮีลี ระดับ 3 และระดับ 4 ซึ่งเป็นไปตามแนวคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวน ฮีลี ในระดับ 0-2 ที่เน้นจำรูปร่างและสมบัติของรูปเรขาคณิต การนำสมบัติของรูปเรขาคณิตไปใช้ และหาความสัมพันธ์ของสมบัติของรูปเรขาคณิตได้ (Crowley. 1987, pp. 2-3 and Regen, et al. 2002, pp. 1-3) ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ อนนท์ ฤาชัยลาม (2554, น. 149-150) ได้พัฒนากิจกรรมการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้วิธีการสอนตามแนวคิดของ Van Hiele

และใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือประกอบการเรียนรู้ พบว่า รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการสอนตามแนวคิดของ Van Hiele เป็นกิจกรรมการเรียนรู้ที่มีความท้าทาย กระตุ้นความอยากรู้อยากเห็น ส่งเสริมให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติกิจกรรมด้วยตนเอง มีการสำรวจค้นหาความรู้ การปฏิบัติกิจกรรมกลุ่มที่เปิดโอกาสให้แสดงความคิดเห็นทำให้เกิดการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ และยังช่วยส่งเสริมให้นักเรียนเกิดการพัฒนาทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ สามารถสร้างความรู้ได้ด้วยตนเอง และสามารถพัฒนาระดับการคิดเชิงเรขาคณิตตามทฤษฎี Van Hiele จากระดับที่ 2 การวิเคราะห์หรือพรรณนารูปลักษณะ เป็นระดับที่ 3 การให้เหตุผลเชิงนิรนัยอย่างไม่เป็นแบบแผนหรือการจัดลำดับความสัมพันธ์

6. สรุปผล

1) ผลการศึกษามโนทัศน์ของรูปสามเหลี่ยมตามระดับการคิดทางเรขาคณิตตาม Van Hiele Model ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ที่มีระดับชั้นและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแตกต่างกัน พบว่า นักเรียน มีมโนทัศน์ของรูปสามเหลี่ยมตามระดับการคิดทางเรขาคณิตตาม Van Hiele Model ระดับที่ 0 มากที่สุด จำนวน 126 คน คิดเป็นร้อยละ 42.28 รองลงมาคือ ระดับ 1 จำนวน 120 คน คิดเป็นร้อยละ 40.27 ระดับที่ 2 จำนวน 47 คน คิดเป็นร้อยละ 15.77 และระดับที่ 3 จำนวน 5 คน คิดเป็นร้อยละ 1.68 ตามลำดับ

2) ผลการศึกษาแนวคิดเกี่ยวกับมโนทัศน์ของรูปสามเหลี่ยมตามระดับการคิดทางเรขาคณิตตาม Van Hiele Model ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น พบว่า นักเรียนมุ่งเน้นการหาคำตอบโดยใช้การท่องจำจากกฎและนิยาม เน้นการดำเนินการจากการวาดรูปหรือมองภาพเพื่อใช้ประกอบในการหาคำตอบ

7. ข้อเสนอแนะ

7.1 ข้อเสนอแนะเพื่อนำผลการวิจัยไปใช้

7.1.1 ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จะต้องสอดแทรกการคิดทางเรขาคณิตตาม Van Hiele Model เข้าไปในการจัดการเรียนรู้ เพราะการคิดทางเรขาคณิตตาม Van Hiele Model เป็นตัวที่เสริมสร้างการให้เหตุผลทางเรขาคณิตในระดับที่สูงขึ้น

7.1.2 ควรมีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมการคิดทางเรขาคณิตตาม Van Hiele Model ตั้งแต่ระดับประถมศึกษาเพื่อเป็นพื้นฐานในการเรียนเรขาคณิตในระดับที่สูงขึ้น

7.1.3 ข้อมูลจากการวิจัยครั้งนี้ ผู้ที่สนใจหรือหน่วยงานที่สนใจ จะนำไปเป็นข้อสนเทศในการพัฒนาการคิดทางเรขาคณิตตาม Van Hiele Model และเป็นแนวทางในการศึกษาการคิดทางเรขาคณิตตาม Van Hiele Model ของนักเรียน

7.2 ข้อเสนอแนะเพื่อทำการวิจัยครั้งต่อไป

7.2.1 ควรมีการศึกษามโนทัศน์ของรูปสามเหลี่ยม ตามระดับการคิดทางเรขาคณิตตาม Van Hiele Model กับนักเรียนในระดับชั้นอื่นๆ

7.2.2 ควรมีการศึกษาความสัมพันธ์ของตัวแปรอื่นๆ ที่สัมพันธ์กับมโนทัศน์ของรูปสามเหลี่ยม เช่น การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นต้น

เอกสารอ้างอิง

คมกริช สุขแก้ว. (2552). **การศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวนฮีลีของนักเรียนระดับช่วงชั้นที่ 3 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาสุรินทร์ เขต 2.** (วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตร มหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม).

เยาวเรศ เสนากิจ. (2555). **การศึกษาระดับการคิดทางเรขาคณิตตามแบบแวนฮีลีและปัจจัยที่เกี่ยวข้องของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3**. (วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม).

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2543). **หนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 012 ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย.** (พิมพ์ครั้งที่ 10). กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2551). **ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์.** กรุงเทพฯ : ส.เจริญการพิมพ์.

อนนท์ ฤาชัยลาม. (2554: น.166-173). **การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องเส้นขนานโดยใช้วิธีสอนตามแนวคิดของ van Hiele และใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือประกอบการเรียนรู้สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2.** (วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยขอนแก่น).

อัมพร ม้าคนอง. (2552). **รายงานการวิจัย เรื่อง การพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์และคำถามระดับสูง.** (วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย).

อัมพร ม้าคนอง. (2557). **คณิตศาสตร์สำหรับครูมัธยม.** (พิมพ์ครั้งที่ 1). กรุงเทพฯ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อัมพร ม้าคนอง. (2558). **คณิตศาสตร์สำหรับครูมัธยม.** กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

Cockburn, A. and G.H. Littler. (2010). **The Upper Students Conceptions and Misconceptions About Photosynthesis in Khon Kaen. SEAMEORECSAM**. 84(4): 3-6; February.

Crowley, M.L. (1987: p.2-3). **"The Van Hiele Model of Development of Geometric Thought: Lindguist and Shulte (Eds)"**. Learning and Teaching Geometry, pp. 6 – 13. Reston, VA: NCTM

Good, C, V. (1959). **Dictionary of Education**. 3rd ed. New York: McGraw – Hill.

Podell, H. A. (1958). **Two Processes of Concept Formations**. Psychology Monography.

Regan, K., et al. (2002). **Van Hiele.** [Online]. Available: http://www.gettysburg.egu/regakro1/Matheramvanhiele.html.

Van Hiele, Pierre M. (1986). **Structure and insight: A theory of mathematics education**. Orlando, FL: Academic Press.

Wesley, E.B., and Wronski, S.P. (1973**). Teaching Secondary Social Studies in a World Society.** United States of America: D.C. Heath and Company.

มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์
BURIRAM RAJABHAT UNIVERSITY