

การพัฒนาทักษะกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING PROCESS SKILL USING POLYA'S PROBLEM
SOLVING PROCESS MATHAYOMSUKSA 3 STUDENTS

ณัฐพร นวนสาย ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุนันทา วีรกุลเทวัญ
สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์

บทคัดย่อ

การวิจัยมีความมุ่งหมายเพื่อ 1) สร้างแผนการจัดการเรียนรู้ทักษะกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ให้มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 75/75 2) เปรียบเทียบผลการเรียนด้านทักษะกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียน 3) หาแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 4) ศึกษาพฤติกรรมการเรียนการสอนของครูและนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/1 ปีการศึกษา 2553 จำนวน 49 คน ได้มาโดยใช้เทคนิคการสุ่มแบบกลุ่ม (cluster sampling technique) รูปแบบการวิจัยใช้วิธีการวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียน (Classroom Action Research) มีวงจรปฏิบัติการ 4 วงจร เครื่องมือที่ใช้ ได้แก่ 1) แผนการจัดการเรียนรู้ 2) แบบทดสอบวัดทักษะกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 3) แบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 4) แบบบันทึกประจำวันของนักเรียน 5) แบบสังเกตพฤติกรรมการเรียนการสอน และ 6) แบบสัมภาษณ์นักเรียน การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณใช้ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบสมมติฐานใช้ t-test (One Sample) ส่วนข้อมูลเชิงคุณภาพ ใช้วิธีพรรณนาวิเคราะห์ ผลการวิจัยพบว่า

1. แผนการจัดการเรียนรู้ทักษะกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีประสิทธิภาพ 78.70/76.43 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนด ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .01
2. ผลการเรียนรู้ด้านทักษะกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา หลังเรียนเฉลี่ยสูงกว่าก่อนเรียน มากกว่าร้อยละ 30 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
3. กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทักษะกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ควรมีลักษณะ ดังนี้
 - 1) น่าสนใจ ทำความสามารรถ และเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวันได้ 2) ไม่เน้นเพียงทักษะการคิดคำนวณ แต่ควรมีการแก้ปัญหาสถานการณ์ทั่วไป 3) เป็นลำดับขั้นตอน เรียนรู้จากความซับซ้อนน้อยไปมาก 4) ส่งเสริมให้นักเรียนสามารถเลือกใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้อย่างหลากหลาย และ 5) นักเรียนควรได้ฝึกฝนการแก้ปัญหาผ่านกิจกรรมกลุ่มและกิจกรรมเดี่ยวอย่างสม่ำเสมอ
4. พฤติกรรมการสอนของครูนั้นได้ปรับเปลี่ยนจากการเป็นผู้ให้ความรู้แก่นักเรียนแต่อย่างเดียว เป็นทั้งผู้ให้ความรู้ เป็นผู้เสนอแนะ และคอยช่วยเหลือนักเรียนมากขึ้น
5. พฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีพัฒนาการดีขึ้น กล่าวคือ ในขั้นทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนใช้เวลามากขึ้นในการอ่าน วิเคราะห์โจทย์ และแสดงร่องรอยการขีดเขียนเพื่อทำความเข้าใจโจทย์ในส่วนที่สำคัญได้มากขึ้น ในขั้นการวางแผนการแก้ปัญหา นักเรียนแสดงการวางแผนได้เป็นระบบ มีประสิทธิภาพ และแลกเปลี่ยนแนวคิดในการแก้ปัญหากันมากขึ้น ในขั้นดำเนินการตามแผน นักเรียนแสดงกระบวนการค้นหาคำตอบได้

ชัดเจน และมีความพยายามในการแก้ปัญหามากขึ้น และในขั้นตรวจสอบผล นักเรียนอธิบายหรือวิเคราะห์คำตอบได้อย่างสมเหตุสมผล และสามารถแสดงแนวคิดในการแก้ปัญหาแบบอื่นได้

คำสำคัญ: กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา, ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์, การวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน

ABSTRACT

This research was aimed to 1) design the effective lesson plan of Mathematical Problem solving process skill using Polya's problem solving process for Mathayomsuksa 3 Students 2) compare the result of before and after learning through Mathematical problem solving process skill 3) explore learning activities for Mathematical problem solving 4) study the teaching behavior of teachers and Mathayomsuksa 3 Students. Sample was Mathayomsuksa 3/1 students in academic year 2010, 49 students. It was the classroom action research with four action-reflection cycles. Research instruments were 1) lesson plan 2) test of Mathematical problem solving process skill 3) behavior observation form of Mathematical problem solving 4) students daily note form 5) teaching behavior Observation form and 6) interview form. For quantitative data, percent, mean, and standard deviation were employed to describe the characteristic of data. One sample t-test was used to test the research hypotheses. For qualitative data, the narrative method was used. The results of the current study were as follows:

1. The effectiveness of the lesson plan of Mathematical Problem solving process skill using Polya's problem solving process for Mathayomsuksa 3 Students was 78.70/76.43, higher than the expected criteria.
2. The learning results focusing on mathematical problem solving process skill using Polya's problem solving process for Mathayomsuksa 3 Students after learning higher than before learning significantly at the level of .01
3. The learning process for mathematical problem solving process skill should include the following characteristics 1) interesting challenge and related to their daily life 2) not only focus on calculation skill but general situations problem solving, 3) from simple problems to more complicated problems 4) using various strategies to motivate students to solve and to practice the solving problem both in group and individual.
4. Teacher Behaviors were adjusted not only giving knowledge but also mentoring and helping students.
5. Students learning behavior for mathematical problem solving process improved in four Polya's four problem solving steps: 1) Understanding the problem, students took more times to read and analyze the problems. Also showed more evidences of main points of problems. 2) Planning to solve the problem, students showed systematic and effective planning. In addition, they exchanged more the ways to solve the problems. 3) Following the plan, students showed the solving solution process more clearly and showed more their efforts to solve the problems. And 4) Verifying the solutions, students had abilities to explain and analyze the solutions reasonably. Also, they had abilities to express their solving ideas for different problems

บทนำ

การแก้ปัญหา เป็นมาตรฐานหนึ่งในทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนทุกคนต้องเรียนรู้ ผึกฝนและพัฒนาให้เกิดขึ้น เพราะการเรียนการแก้ปัญหจะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักคิดอย่างมีเหตุผล มีขั้นตอน มีระเบียบแบบแผน และรู้จักตัดสินใจอย่างถูกต้อง ซึ่งมีรากฐานมาจากการฝึกฝนทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในชั้นเรียน โดยผ่านครูซึ่งเป็นหัวใจสำคัญในการจัดประสบการณ์การเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียนให้มีคุณลักษณะดังกล่าว แต่การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ผ่านมามีนักเรียนจำนวนมากที่มีผลการประเมินการเรียนรู้ด้านการแก้ปัญหายังต่ำกว่าเกณฑ์มาตรฐาน ทั้งที่นักเรียนในกลุ่มนี้มีผลการประเมินด้านเนื้อหาในเกณฑ์ดีเยี่ยม สะท้อนให้เห็นว่าครูมุ่งเน้นที่เนื้อหาคณิตศาสตร์มากกว่าทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ จึงทำให้ครูไม่คุ้นเคยกับการเรียนการสอนที่เน้นทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะอย่างยิ่งทักษะการแก้ปัญห การพัฒนาความสามารถด้านคณิตศาสตร์ย่อมไม่เกิดกับนักเรียนเป็นแน่ เมื่อนักเรียนมีเพียงความรู้แต่ไม่สามารถนำไปใช้ได้ ความรู้นั้นย่อมไม่มีความหมาย หรือถ้าต้องการใช้งานคณิตศาสตร์ แต่มีความรู้ไม่เพียงพอ การใช้งานนั้นก็ไม่ได้เกิดขึ้น จึงจำเป็นอย่างยิ่งที่ต้องมีความรู้ที่ดีพอ และมีทักษะการนำความรู้ไปใช้ให้เกิดประโยชน์ (อัมพร มาคอง. 2553 : 13) ทำนองเดียวกับสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ที่ระบุว่า การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผ่านมามีนักเรียนที่มีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาเป็นอย่างดี แต่มีนักเรียนจำนวนมากยังต้องความสามารถเกี่ยวกับการแก้ปัญห ซึ่งสอดคล้องกับผลการประเมินผลนักเรียนนานาชาติ (Program for International Student Assessment (PISA)) ซึ่งเป็นโครงการขององค์กรเพื่อความร่วมมือและพัฒนาทางเศรษฐกิจ (Organization for Economic Co-operation and Development (OECD)) ที่ประเทศไทยได้เข้าร่วมประเมินใน พ.ศ. 2552 พบว่าความสามารถในการแก้ปัญหของนักเรียนอายุ 15 ปี ยังต่ำกว่าระดับพื้นฐาน (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2553 : 1) เพื่อพัฒนาทักษะการแก้ปัญหของนักเรียน ครูจึงต้องมีการเตรียมความพร้อมและปลูกฝังทักษะพื้นฐานที่เกี่ยวข้องให้นักเรียนมีความชำนาญก่อน โดยผ่านทางกระบวนการแก้ปัญหของโพลยา (Polya 1957 อ้างถึงใน สิริพร ทิพย์คง. 2544 : 39-40) ซึ่งเป็นกระบวนการแก้ปัญหที่เป็นที่เชื่อถือและยอมรับกันโดยทั่วไป เนื่องจากมีการวางแผนและดำเนินการแก้ปัญหายังเป็นระบบและมีประสิทธิภาพ ประกอบไปด้วย 4 ขั้นตอน คือ ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the problem) ขั้นที่ 2 การวางแผนการแก้ปัญห (Devising a plan) ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน (Carrying out the plan) และขั้นที่ 4 การตรวจสอบผล (Looking back)

การจัดกระบวนการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้นั้น จำเป็นต้องมีการปรับการเรียนของผู้เรียนและเปลี่ยนการสอนของครู ผู้วิจัยจึงนำกระบวนการวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียนมาเป็นรูปแบบในการดำเนินการ ซึ่งสามารถทำงานอย่างเป็นระบบ ตั้งแต่การออกแบบการเรียนรู้ แก้ไขปัญหาที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน นำผลมาใช้ในการปรับปรุงการเรียนการสอนหรือส่งเสริมพัฒนาการเรียนรู้อของนักเรียน และสามารถสะท้อนข้อมูลเกี่ยวกับการเรียนรู้ แลกเปลี่ยนเรียนรู้ในแนวทางที่ได้ปฏิบัติ ตลอดจนประเมินผลการปฏิบัติงานสอนได้อย่างมีประสิทธิภาพ เพื่อพัฒนาการเรียนรู้อของครูและนักเรียน (สุวิมล ว่องวานิช.2553 : 21) ตามแนวคิดของ Kemmis (1998) ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอน 4 ขั้นตอน คือ (1) การวางแผนหลังจากที่วิเคราะห์และกำหนดประเด็นปัญหาที่ต้องการแก้ไข (Plan) (2) การปฏิบัติตามแผนที่กำหนด (Act) (3) การสังเกตผลที่เกิดขึ้นจากการปฏิบัติงาน (Observe) และ (4) การสะท้อนผลหลังจากการปฏิบัติงานให้นักเรียนมีส่วนร่วมได้วิพากษ์วิจารณ์ สามารถนำไปสู่การปรับปรุงแก้ไขการปฏิบัติงานในวงจรต่อ ๆ ไป (Reflect) จนส่งผลให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงแนวคิดคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้อย่างมีคุณภาพ

ดังนั้นผู้วิจัยจึงพัฒนาทักษะกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยผ่านกระบวนการแก้ปัญหของโพลยา และได้นำรูปแบบการวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียนมาทำการวิจัยในครั้งนี้ เพื่อส่งเสริมทักษะดังกล่าวให้มีประสิทธิภาพสูงสุดกับนักเรียน

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ทักษะกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 75/75
2. เพื่อเปรียบเทียบผลการเรียนของนักเรียนก่อนเรียนและหลังเรียน ด้านทักษะกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
3. เพื่อหาแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทักษะกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
4. เพื่อศึกษาพฤติกรรมการเรียนการสอนทักษะกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของครูและนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

สมมติฐานการวิจัย

1. แผนการจัดการเรียนรู้ทักษะกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 75/75
2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนรู้ทักษะกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา มีทักษะกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนเฉลี่ยสูงกว่าก่อนเรียนอย่างน้อยร้อยละ 30

ขอบเขตของการวิจัย

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
 - 1.1 ประชากรในการวิจัยในครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 โรงเรียนกระสังพิทยาคม อำเภอกระสัง จังหวัดบุรีรัมย์ สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 32 จำนวน 10 ห้องเรียน รวม 500 คน
 - 1.2 กลุ่มตัวอย่างในการวิจัยในครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 โรงเรียนกระสังพิทยาคม อำเภอกระสัง จังหวัดบุรีรัมย์ สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 32 จำนวน 49 คน ได้มาโดยใช้เทคนิคการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Sampling Technique)
2. ตัวแปรที่ศึกษา
 - 2.1 ตัวแปรอิสระ คือ การเรียนการสอนทักษะกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา
 - 2.2 ตัวแปรตาม คือ
 - 2.2.1 ทักษะกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
 - 2.2.2 แนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์
 - 2.2.3 พฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
 - 2.2.4 พฤติกรรมการสอนทักษะกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของครู
3. ระยะเวลาในการทำวิจัย ในการวิจัยครั้งนี้ใช้ระยะเวลาในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 ใช้ระยะเวลา 12 คาบ จำนวน 4 สัปดาห์
4. เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย สถานการณ์หรือปัญหาที่ต้องอาศัยทักษะกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในการดำเนินการ ซึ่งประกอบไปด้วย 3 ลักษณะ

4.1 ปัญหาหรือสถานการณ์ขั้นตอนเดียว

4.1 ปัญหาหรือสถานการณ์เกี่ยวกับกระบวนการ

4.3 ปัญหาหรือสถานการณ์เกี่ยวกับการประยุกต์

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยใช้วิธีการวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียน (Classroom Action Research) จัดกระบวนการเรียนรู้ทักษะกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยมีรายละเอียดพอสังเขป ดังนี้

1. กลุ่มตัวอย่าง เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/1 ปีการศึกษา 2553 จำนวน 49 คน
2. เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย
 - 2.1 แผนการจัดการเรียนรู้ทักษะกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 12 แผน
 - 2.2 แบบทดสอบวัดทักษะกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 4 ข้อ
 - 2.3 แบบบันทึกการสังเกตพฤติกรรมและการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นเครื่องมือสำหรับผู้วิจัยบันทึกพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ขณะลงมือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 2.4 แบบบันทึกประจำวันของนักเรียน เป็นเครื่องมือเก็บรวบรวมข้อมูล สำหรับนักเรียนบันทึกผลการเรียนรู้หลังจากเสร็จสิ้นกิจกรรมการเรียนรู้ในแต่ละครั้ง
 - 2.5 แบบบันทึกการสังเกตพฤติกรรมการเรียนการสอน เป็นการสังเกตแบบมีโครงสร้าง สำหรับผู้ช่วยวิจัยบันทึกการสังเกตพฤติกรรมการสอนของครู และพฤติกรรมการเรียนของนักเรียนในแต่ละชั่วโมง
 - 2.6 แบบบันทึกการสัมภาษณ์นักเรียน เป็นการสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้าง สำหรับผู้วิจัยบันทึกข้อมูลจากการสัมภาษณ์นักเรียนเป็นกลุ่ม เมื่อสิ้นสุดกิจกรรมการเรียนรู้ในแต่ละวงจร
3. การเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยตนเองร่วมกับผู้ช่วยวิจัย 1 คน โดยดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลตามขั้นตอน ดังนี้

 - 3.1 ติดต่อประสานงานโรงเรียนที่ใช้เป็นกลุ่มตัวอย่าง เสนอโครงการสอน กำหนดวันเวลาที่ใช้ในการสอน
 - 3.2 จัดเตรียมเครื่องมือในการเก็บรวบรวมข้อมูล สื่อ อุปกรณ์ที่ใช้ในการกิจกรรมการเรียนรู้
 - 3.3 วางแผนดำเนินการสอนร่วมกับผู้ช่วยวิจัย ชี้แจงวัตถุประสงค์ วิธีการดำเนินการให้ผู้ช่วยวิจัยเข้าใจ
 - 3.4 ประชุมนิเทศนักเรียน ให้มีความรู้ความเข้าใจการเรียนการสอนทักษะกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา
 - 3.5 ให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน
 - 3.6 ดำเนินการทดลองตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่สร้างขึ้น จำนวน 12 แผน รวมเวลาเรียน 12 ชั่วโมง
 - 3.7 ผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัยเก็บรวบรวมข้อมูลจากการสังเกตพฤติกรรมการเรียนการสอน พฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน การสัมภาษณ์นักเรียน บันทึกประจำวันของนักเรียน ผลงานนักเรียน นำข้อมูลหรือข้อค้นพบ มาอภิปราย สรุปและประเมินผลเพื่อปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่องสำหรับใช้ในวงจรต่อไป
 - 3.8 หลังจากดำเนินการทดลองครบทั้ง 4 วงจร ให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากนั้นนำคะแนนที่ได้ไปวิเคราะห์ผลและแปลผลข้อมูลต่อไป
4. การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยได้นำข้อมูลจากการเก็บรวบรวมข้อมูลมาวิเคราะห์ข้อมูลทั้งในเชิงปริมาณ และเชิงคุณภาพ ดังนี้

4.1 ข้อมูลเชิงปริมาณ ได้แก่ ผลการจัดการเรียนรู้ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วย แบบทดสอบย่อยท้ายวงจรและแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้ร้อยละ ค่าเฉลี่ย (\bar{X}) และ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.)

4.2 ข้อมูลเชิงคุณภาพ เป็นผลที่ได้จากการตรวจผลงานของนักเรียน การสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การสังเกตพฤติกรรมการเรียนการสอน บันทึกประจำวันของนักเรียน การสัมภาษณ์นักเรียน นำข้อมูลมาวิเคราะห์เชิงเนื้อหา เพื่อประเมินการจัดการเรียนรู้ ว่ามีข้อดีที่ต้องได้รับการพัฒนาต่อไป หรือข้อด้อยที่ต้องดำเนินการแก้ไขปรับปรุงในการเรียนการสอนครั้งต่อไปอย่างไรบ้าง เพื่อพัฒนาการเรียนรู้ทักษะกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้มีประสิทธิภาพ และรายงานผลการวิจัยในลักษณะการบรรยาย

สรุปผลการวิจัย

1. แผนการจัดการเรียนรู้ทักษะกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีประสิทธิภาพ 78.70/76.43
2. คะแนนด้านทักษะกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาหลังเรียนเฉลี่ยสูงกว่าก่อนเรียน ร้อยละ 48.16
3. แนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทักษะกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พิจารณาจากการทำแบบทดสอบก่อนเรียน กิจกรรมระหว่างเรียนและการทำแบบทดสอบหลังเรียน พบว่าปัญหาหรือสถานการณ์ที่ส่งเสริมการเรียนรู้ทักษะกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ควรมีลักษณะดังนี้ 1) น่าสนใจ ทำความยากความสามารถ และเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวันได้ 2) ไม่เน้นทักษะการคิดคำนวณ หรือถ้ามีควรเป็นสถานการณ์ที่สามารถแสดงรูปภาพประกอบกรแก้ปัญหา 3) เป็นลำดับขั้นตอน เรียนรู้จากความซับซ้อนน้อยไปมาก 4) ส่งเสริมให้นักเรียนสามารถเลือกใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้อย่างหลากหลาย และนักเรียนควรได้ฝึกฝนการแก้ปัญหาผ่านกิจกรรมกลุ่มและกิจกรรมเดี่ยวอย่างสม่ำเสมอ
4. พฤติกรรมการเรียนการสอนทักษะกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของครูและนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ได้รับการพัฒนาจากการสะท้อนผลการปฏิบัติงานของแต่ละวงจร โดยนำไปปรับปรุงและพัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทักษะกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ปรากฏผลดังนี้
 - 4.1 พฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีพัฒนาการดีขึ้น กล่าวคือ ในขั้นทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนใช้เวลามากขึ้นในการอ่าน วิเคราะห์โจทย์ และแสดงร่องรอยการขีดเขียนเพื่อทำความเข้าใจโจทย์ในส่วนที่สำคัญได้มากขึ้น ในขั้นการวางแผนการแก้ปัญหา นักเรียนแสดงการวางแผนได้เป็นระบบ มีประสิทธิภาพ และแลกเปลี่ยนแนวคิดในการแก้ปัญหากันมากขึ้น ในขั้นดำเนินการตามแผน นักเรียนแสดงกระบวนการค้นหาคำตอบได้ชัดเจน และมีความพยายามในการแก้ปัญหามากขึ้น และในขั้นตรวจสอบผล นักเรียนอธิบายหรือวิเคราะห์คำตอบได้อย่างสมเหตุสมผล และสามารถแสดงแนวคิดในการแก้ปัญหาแบบอื่นได้
 - 4.2 พฤติกรรมการสอนของครูนั้นได้ปรับเปลี่ยนจากผู้ให้ความรู้ เป็นผู้เสนอแนะ และคอยช่วยเหลือ ปรับเปลี่ยนแนวคิดของนักเรียนให้ชัดเจนขึ้น โดยใช้คำถามกระตุ้นความคิด เป็นแบบอย่างนักแก้ปัญหาที่ดี กล่าวคือ กล้าคิด กล้าแสดงความคิดเห็นบนพื้นฐานของเหตุและผล ตรวจสอบคำตอบและหาแนวคิดใหม่ ๆ ในการแก้ปัญหาอยู่เสมอ

อภิปรายผล

ผลการวิจัยในครั้งนี้ พบประเด็นที่น่าสนใจ ดังนี้

1. ด้านประสิทธิภาพของแผนการจัดการเรียนรู้ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดย

ใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีประสิทธิภาพ 78.70/76.43 แสดงว่าแผนการจัดการเรียนรู้ทักษะกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ทำให้นักเรียนเกิดกระบวนการเรียนรู้ สามารถเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมระหว่างเรียน เฉลี่ยร้อยละ 78.70 และสามารถเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมหลังเรียนเฉลี่ยร้อยละ 76.43 และเมื่อทดสอบ t-test ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .01 แสดงว่าแผนการจัดการเรียนรู้ทักษะกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นมีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนด 75/75 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานการวิจัยที่ตั้งไว้

ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ดำเนินไปตามกระบวนการวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียน ซึ่งมีการปรับเปลี่ยนเพื่อพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ให้เหมาะสมกับนักเรียนที่ใช้สอนจริงอยู่เสมอ จึงสามารถเพิ่มประสิทธิภาพของแผนการจัดการเรียนรู้ทักษะกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากยิ่งขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ ฌรงค์ อัยฟูใจ (2548) ประไพ แฉงไผ่ (2546) ปริญญา อุบลลา (2545) และงานวิจัยของ โฮลตันและคณะ (1999) ที่ได้นำรูปแบบการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียนมาพัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

2. นักเรียนมีทักษะกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดี ซึ่งมีค่าเฉลี่ยร้อยละ 78.70 เนื่องจากนักเรียนได้เรียนรู้ทักษะกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ซึ่งเป็นกระบวนการที่มีประสิทธิภาพ ประกอบไปด้วย 4 ขั้นตอน นักเรียนได้เรียนรู้กระบวนการในการแก้ปัญหา โดยสื่อแนวคิดแก้ปัญหาผ่านงานเขียน และสามารถตรวจสอบการทำงานของตนเองได้ จึงทำให้นักเรียนแสดงพฤติกรรมแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้อย่างชัดเจน และสามารถฝึกฝนทักษะกระบวนการแก้ปัญหาได้อย่างต่อเนื่อง ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ สุภิญญา พิทักษ์ศักดิ์การ (2541) พุก (1979) โจฮันนิง (2000) และวิลเลียม (2003) ที่ได้ฝึกให้นักเรียนฝึกแก้ปัญหาโดยผ่านงานเขียน

3. นักเรียนเรียนรู้ทักษะกระบวนการแก้ปัญหาผ่านกระบวนการกลุ่มได้ดีในช่วงต้น อาจเนื่องมาจากนักเรียนกลุ่มปานกลาง ซึ่งมีคุณลักษณะที่ดีที่ส่งเสริมการแก้ปัญหา กล่าวคือ กล้าคิด กล้าแสดงออก ไม่กังวลเพราะสถานการณ์หรือปัญหาทางคณิตศาสตร์ไม่ได้เน้นทักษะการคิดคำนวณ ซึ่งต่างจากนักเรียนอีก 2 กลุ่มที่เหลือ กล่าวคือ นักเรียนกลุ่มเก่งจะพบปัญหาว่าไม่สามารถแสดงแนวคิดแก้ปัญหาออกมาผ่านตัวอักษรได้ตามขั้นตอน ยึดติดกับการแก้ปัญหารูปแบบเก่า และนักเรียนกลุ่มอ่อนกลัวที่จะต้องเขียนบรรยายหลายขั้นตอนบนพื้นฐานเหตุและผล ผู้วิจัยจึงต้องอาศัยนักเรียนกลุ่มปานกลางเป็นตัวกลางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทักษะการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์ผ่านกิจกรรมกลุ่ม แต่ทั้งนี้ก็ต้องระวังความเข้าใจเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนในกลุ่มนี้ด้วย ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ สนฤดี ศรีสวัสดิ์ (2551) และสุนิสา แก้วกระจ่าง (2553) ที่ได้ใช้กระบวนการกลุ่มร่วมกับการเรียนรู้

4. กิจกรรมการเรียนรู้ทักษะกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ส่งเสริมการเรียนรู้การแก้ปัญหาของนักเรียน นอกจากสถานการณ์หรือปัญหาทางคณิตศาสตร์น่าสนใจ มีความแปลกใหม่ ทำทลายความสามารถและเชื่อมโยงเหตุการณ์ในชีวิตประจำวันของนักเรียน ทำให้นักเรียนเรียนอย่างมีความหมายได้แล้วนั้น การจัดลำดับความซับซ้อนของสถานการณ์หรือปัญหามีความสำคัญยิ่งในการเรียนรู้จากเรื่องง่ายไปสู่เรื่องยากโดยเริ่มจากลักษณะโจทย์ขั้นตอนเดียวที่ต้องอาศัยทักษะการแก้ปัญหาในระดับกลางโดยเฉพาะทักษะการให้เหตุผล ซึ่งเป็นองค์ประกอบสำคัญในการเรียนรู้การแก้ปัญหา ลักษณะโจทย์ที่เป็นกระบวนการที่ต้องอาศัยยุทธวิธีในการแก้ปัญหาและลักษณะโจทย์ที่ประยุกต์กับชีวิตประจำวันที่เน้นการเลือกใช้ยุทธวิธีที่หลากหลายในการแก้ปัญหา ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ ปิยนาด เหมวิเศษ (2551)

5. สถานการณ์หรือปัญหาที่ส่งเสริมการแก้ปัญหของนักเรียนได้ดี เป็นเพราะสถานการณ์หรือปัญหานั้นเอื้อต่อการพัฒนาทักษะกระบวนการแก้ปัญหา กล่าวคือ ไม่ได้เน้นทักษะการคิดคำนวณ หรือถ้ามีทักษะการคิดคำนวณก็ต้องอาศัยภาพประกอบการแก้ปัญหา นักเรียนจึงสามารถแก้ปัญหาได้สำเร็จ ซึ่งสอดคล้องกับงานของ แวน (2006) ที่ว่าการฝึกทักษะแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์กันทางบวก

6. ผู้วิจัยเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนแนวคิดในการแก้ปัญหา จึงส่งผลให้นักเรียนสามารถประเมินยุทธวิธีที่มีประสิทธิภาพในการแก้ปัญหของตนเองและเพื่อนได้ โดยยุทธวิธีที่นักเรียนเลือกใช้เป็นประจำ คือยุทธวิธีสร้างตาราง ยุทธวิธีแจกกรณีอย่างเป็นระบบ ยุทธวิธีเดาและตรวจสอบ และยุทธวิธีวาดรูปหรือสร้างแบบจำลอง ซึ่งผู้วิจัยสังเกตว่านักเรียนใช้เวลาในการแก้ปัญหาน้อยเมื่อเลือกใช้ยุทธวิธีเดาและตรวจสอบ หรือยุทธวิธีวาดรูปหรือสร้างแบบจำลองแต่ก็ยังมีคามผิดพลาดบางประการ แต่สำหรับยุทธวิธีสร้างตาราง หรือยุทธวิธีแจกกรณีอย่างเป็นระบบนักเรียนใช้เวลาแก้ปัญหามากกว่า แต่ไม่พบข้อผิดพลาดในการแก้ปัญหา สำหรับนักเรียนที่เลือกใช้ยุทธวิธีสร้างตาราง ประกอบกับยุทธวิธีเดาและตรวจสอบ หรือยุทธวิธีวาดรูปหรือสร้างแบบจำลอง สามารถแก้ปัญหาได้ดีกว่าใช้ยุทธวิธีเดียว

7. นักเรียนจะมีทักษะกระบวนการแก้ปัญหาได้นั้น ครูต้องเป็นแบบอย่างนักแก้ปัญหาที่ดีให้กับนักเรียน กล่าวคือ กล้าคิด กล้าแสดงความคิดเห็นบนพื้นฐานของเหตุและผล ตรวจสอบคำตอบและหาแนวคิดใหม่ ๆ ในการแก้ปัญหาอยู่เสมอ ปรับเปลี่ยนจากผู้ให้ความรู้ เป็นผู้เสนอแนะ และคอยช่วยเหลือ ปรับแนวคิดของนักเรียนให้ชัดเจนขึ้น โดยใช้คำถามกระตุ้นความคิดให้ถูกทาง

8. ผู้วิจัยสามารถพัฒนาทักษะกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้นั้น เป็นเพราะผู้วิจัยได้นำกระบวนการวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียนมาใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เนื่องจากรูปแบบการวิจัยมุ่งแก้ไขปัญหาที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน สามารถสะท้อนข้อมูลเกี่ยวกับการปฏิบัติงานและนำผลมาใช้ในการปรับปรุงงานการสอน ให้เกิดประโยชน์สูงสุดกับนักเรียน ด้วยความร่วมมือจากครู นักเรียนและเพื่อนร่วมงาน(สุวิมล ว่องวานิช. 2553 : 21)

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะในการนำไปใช้

1. ครูควรเลือกสถานการณ์ที่มีความเหมาะสมในการพัฒนาทักษะกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ กล่าวคือไม่ควรนำสถานการณ์ที่ต้องอาศัยทักษะการคิดคำนวณมาใช้ในช่วงต้น ถ้าต้องการนำมาใช้ควรมีรูปภาพประกอบการแก้ปัญหา
2. ครูควรเลือกสถานการณ์ที่พัฒนาทักษะกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตประจำวัน และสามารถใช้วิธีการแก้ปัญหาได้หลากหลายวิธี
3. ครูควรเตรียมคำถามกระตุ้นความคิดไว้ให้มาก เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนใช้เหตุผลในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
4. นำกิจกรรมพัฒนาทักษะกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มาบูรณาการในกิจกรรมการเรียนรู้ในชั้นเรียนปกติ หรือชั่วโมงสอนเพิ่มเติม เช่น การสอนชุมนุม กิจกรรมเสริมนอกห้องเรียน

ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป

1. นำรูปแบบการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน มาพัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านอื่นๆ เช่น ทักษะการให้เหตุผล ทักษะการเชื่อมโยง ทักษะการสื่อสารและนำเสนอ และความคิดสร้างสรรค์
2. เพื่อพัฒนาทักษะกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่อง ควรศึกษาการจัดกิจกรรมในรูปแบบนี้ในระดับชั้นอื่น
3. เปรียบเทียบประสิทธิภาพของยุทธวิธีต่างๆ ที่การนำมาแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

เอกสารอ้างอิง

- ณรงค์ อู่ฟู. (2548). การวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียนเพื่อพัฒนาการเรียนการสอนเรื่อง ฟังก์ชันตรีโกณมิติ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.
- ประไพ แดงไผ่. (2546). การวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียนเพื่อปรับปรุงการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์ศึกษา). เชียงใหม่ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.
- ปริญญา อุปลา. (2545). การวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียนเพื่อปรับปรุงคุณภาพการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษาปีที่ 4. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์ศึกษา). เชียงใหม่: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.
- ปิยะนาถ เหมวิเศษ. (2551). การสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ .
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2553). ผลการประเมิน PISA 2009. สืบค้น เมื่อ 8 กุมภาพันธ์ 2554, จาก <http://www3.ipst.ac.th/pisa/>
- สนฤดี ศรีสวัสดิ์. (2551). การพัฒนาชุดการเรียนคณิตศาสตร์โดยใช้หลักการเรียนรู้แบบไตรสิกขา เรื่อง การเสริมทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ .
- สิริพร ทิพย์คง. (2544). การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : ศูนย์พัฒนาหนังสือ.
- สุนิสา แก้วกระจ่าง. (2553). การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาวางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนานของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ชุดกิจกรรม กระบวนการกลุ่มสัมพันธ์. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ .
- สุนีย์ เหมะประสิทธิ์. (2540, เมษายน-กันยายน). “การวิจัยเชิงปฏิบัติการ.” วารสารศึกษาศาสตร์. 2(2) : 136.
- สุภิญญา พิทักษ์ศักดากร. (2540). การสอนวิชาคณิตศาสตร์โดยใช้แบบการแก้ปัญหของโพลยาใน โรงเรียนพรินส์รอยัลสวีทยา. วิทยานิพนธ์ กศ.ม.(คณิตศาสตร์ศึกษา). เชียงใหม่ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.
- สุวิมล ร่องวานิช. (2553). การวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน. พิมพ์ครั้งที่ 13, กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- Holton, and others. (1999). “Mathematical Problem Solving in Support of the Curriculum ?,” **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**. 30(3) : 351-371.
- Johanning, I. D. (2000). “An Analysis of Writing and Postwriting Group Collaboration In Middle School Pre-Algebra,” **School Science and Mathematics**. 100(3) : 151-160.

- Putt, I. J. (1979) "An Exploratory Investigation of two Methods of Instruction in Mathematics Problems Solving Ability at the fifth Grade Level," **Dissertation Abstracts International** 39, 4(March 1979) : 5382 – A.
- Van, G. D. (2006). "Spatial Visualization, Visual Imagery, and Mathematical Problem Solving of Students with Varying Abilities," **Dissertation Abstracts International**. 39(6) : 496.
- Williams, K. M. (2003). "Writing about the Problem-Solving Process to Improve Problem-Solving Performance," **Mathematics Teacher**. 96(3) : 185-187.

