

การศึกษาการใช้ระบบการนำเสนอภายนอกของครู และระดับความเข้าใจทาง
คณิตศาสตร์ของนักเรียนตามแนวคิดทฤษฎีของ PIRIE และ KIEREN
เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

A Study of Teacher's Using System of External Representations and the Level of
Students' Mathematical Understanding based on Pirie and Kieren's Theory
about Linear Equation One Variable for Mathayomsuksa I Students

วิรัชดา ทานิล ดร.หล้า ภาณุทานนท์

มหาวิทยาลัยขอนแก่น

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยแบบกรณีศึกษา (Case Study) ใช้ระเบียบวิธีวิจัยเชิงคุณภาพที่เน้นการวิเคราะห์โปรโตคอล (Protocol Analysis) และการบรรยายเชิงวิเคราะห์ (Analytical Description) เพื่อศึกษาการใช้ระบบการนำเสนอภายนอกของครู และระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนตามแนวคิดทฤษฎีของ Pirie และ Kieren เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กลุ่มเป้าหมายของการวิจัยครั้งนี้เป็น ครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 จำนวน 1 คน และนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 จำนวน 3 คน ซึ่งได้รับการจัดการเรียนรู้จากครูกลุ่มเป้าหมาย จากโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยขอนแก่น(ศึกษาศาสตร์)

ผลการวิจัยพบว่า 1) ครูใช้การนำเสนอภายนอกที่หลากหลายในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ได้แก่ การใช้ภาษาพูดและภาษาเขียน สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ การใช้ตัวอย่างที่หลากหลายประกอบการอธิบาย สถานการณ์จริง แบบฝึกหัด และพบว่า ครูใช้แผนภาพ ตาราง และรูปภาพ เพื่อแสดงการวิเคราะห์โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

2) ระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนตามแนวคิดทฤษฎีของ Pirie และ Kieren พบว่า (1) เรื่องความหมายของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว นักเรียนมีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ถึงระดับการมีโนภาพ ระดับการสังเกตคุณสมบัติ และระดับการสร้างข้อสรุปเชิงนามธรรม (2) เรื่องการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว นักเรียนมีความเข้าใจถึงระดับการมีโนภาพ และมีความเข้าใจถึงระดับการสร้างข้อสรุปเชิงนามธรรม และ (3) เรื่องการแก้โจทย์ปัญหาสมการ

เชิงเส้นตัวแปรเดียว นักเรียนมีความเข้าใจถึงระดับการมีมโนภาพ และมีความเข้าใจถึงระดับการสร้างข้อสรุปเชิงนามธรรม

คำสำคัญ: การนำเสนอภายนอก, ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์, ทฤษฎีของ Pirie และ Kieren, สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ABSTRACT

This research is a kind of case study drawing on qualitative methodology which focused on protocol analysis and analytical description to examine teacher used the system of external representations and the level of students' mathematical understanding based on Pirie and Kieren's theory about linear equation one variable for Mathayomsuksa 1 students. The target group consisted of a teacher who were teaching in Mathayomsuksa 1 students and three Mathayomsuksa 1 students who were taught by this teacher in second semester, academic year of 2009 from Demonstration School, Faculty of Education, Khon Kaen University.

The findings showed that 1) the teacher had used various kinds of external representations in teaching linear equations one variable that included the use of verbal and written language, mathematical symbols, multiple examples for his explanation, real situations, exercises and also found that he used diagrams, tables and pictures to demonstrate on how to analysis word-problems about linear equation one variable.

2) The level of students' mathematical understanding based on Pirie and Kieren's theory showed that (1) all of the students had achieved on the image having level, property noticing level and were able to formalized level of mathematical understanding about the definition of linear equation one variable, (2) the students had achieved on the image having level and formalizing level of mathematical understanding about solving linear equation one variable, and (3) the students had achieved on the image having level and formalizing level of mathematical understanding about solving word-problems of linear equation one variable.

Keywords: External representation, mathematical understanding, Pirie and Kieren's Theory, Linear Equation One Variable

บทนำ

พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ.2542 ได้กำหนดให้มีการปฏิรูปการศึกษาในหลายด้าน โดยเฉพาะด้านการจัดการเรียนรู้ ซึ่งต้องยึดหลักสำคัญที่ว่า ผู้เรียนทุกคนสามารถเรียนรู้และพัฒนาตนเองได้ และเน้นผู้เรียนสำคัญที่สุด และต้องจัดการศึกษาเพื่อให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาตามธรรมชาติและเต็มศักยภาพ (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, 2545) คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความสำคัญต่อการพัฒนาประเทศ เนื่องจากคณิตศาสตร์ช่วยพัฒนาความคิดมนุษย์ ให้คิดอย่างมีเหตุผล สร้างสรรค์ และมีระบบระเบียบแบบแผน ในการแก้ปัญหาที่เผชิญในชีวิตประจำวัน (กรมวิชาการ, 2545)

ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผ่านมา ถึงแม้ว่านักเรียนจะมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาคณิตศาสตร์เป็นอย่างดี แต่มีนักเรียนเป็นจำนวนมากไม่น้อยที่ไม่สามารถนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี[สสวท.], 2550) และจากการศึกษาแนวโน้มการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ระดับนานาชาติ (TIMSS 2007) พบว่านักเรียนไทยส่วนใหญ่มีความสามารถในการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับต่ำ และมีคะแนนน้อยที่สุดในเนื้อหาพีชคณิต (โครงการ TIMSS 2007, 2552) นอกจากนี้จากการศึกษาวิจัยที่เกี่ยวข้องกับปัญหาในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน พบว่า นักเรียนมีข้อบกพร่องในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ในเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแก้โจทย์สมการ (สุมาลี เวียงรัตน์, 2541; นภาพรณี สุวรรณภา, 2536 อ้างถึงใน นพวรรณ ทับทอง, 2548; นพวรรณ ทับทอง, 2548) ซึ่งเป็นเนื้อหาที่จัดอยู่ในสาระการเรียนรู้พีชคณิต ของวิชาคณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 3 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน 2551

Booth (1996) ได้ศึกษาวิจัยเพื่อค้นหาความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับการใช้ตัวอักษรและการจัดกระทำกับตัวอักษรเหล่านั้นในประโยคสัญลักษณ์และสมการ ผลการศึกษาพบว่านักเรียนมีความยุ่งยากในการเข้าใจเรื่องของความหมายของตัวอักษร และการมองว่าตัวอักษรเป็นตัวแทนตัวที่ไม่ทราบค่า หรือมีความยุ่งยากในการเข้าใจว่า ค่าหนึ่งสามารถแทนอีกค่าหนึ่งได้ รวมไปถึงมีความยุ่งยากในการเข้าใจ ผลลัพธ์ที่มีตัวไม่ทราบค่ารวมอยู่ด้วย และจากงานวิจัยแสดงให้เห็นว่า วิธีการสอนแบบเดิมในการสอนพีชคณิต โดยการเริ่มต้นเกี่ยวกับตัวอักษร ผ่านกิจกรรมการหาค่าเมื่อกำหนดค่าของตัวอักษรให้ ไม่ได้ช่วยให้เด็กนักเรียนพ้นจากความยุ่งยากเหล่านี้ได้ และยิ่งไปกว่านั้นเป็นเหตุให้เกิดความยุ่งยากดังกล่าวมากยิ่งขึ้นด้วย

การจัดการเรียนรู้ในโรงเรียนโดยทั่วไป ที่ยังใช้รูปแบบการสอนคณิตศาสตร์แบบท่องจำ ไม่ได้คำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล เป็นสาเหตุให้ความเข้าใจของนักเรียนบางคนไม่ใช่เนื้อหาที่แท้จริง ไม่ได้เกิดจากตัวของผู้เรียนเอง การนำเสนอภายในของผู้เรียนถูกพัฒนาเป็น

เพียงบางส่วน ไม่สามารถเชื่อมโยงเป็นเครือข่ายได้ ซึ่งเป็นอุปสรรคเชิงการรู้และอุปสรรคทางด้านอารมณ์ เป็นระยะเวลายาวนาน โดยเครื่องมือที่ช่วยในการเอาชนะอุปสรรค ได้มาจากการให้ความสำคัญกระบวนการเรียนรู้ของผู้เรียน ที่จะนำไปสู่การพัฒนาเครื่องมือ โดยอาศัยการนำเสนอ (Representation) นั่นคือ พัฒนาระบบการนำเสนอภายนอกที่สอดคล้องกับระบบการนำเสนอภายในของผู้เรียนที่สามารถทำให้เกิดองค์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ในตัวผู้เรียนอย่างมีประสิทธิภาพ (Goldin & Shteingold, 2001)

Hiebert and Carpenter (1992) กล่าวว่า ความเข้าใจในแนวคิดทางคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการที่เกิดขึ้นภายในเฉพาะตัวบุคคล ในความหมายที่ข้อมูลถูกนำเสนอและสร้างโครงสร้างขึ้นมา โดยที่แต่ละบุคคลจะเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้เมื่อแนวคิดนั้นเข้าไปเป็นส่วนหนึ่งในโครงสร้างทางปัญญา หรือเครือข่ายความรู้ (Schema or Network of Knowledge) ดังนั้นนักเรียนจะต้องสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ด้วยตัวของเขาเองมากกว่าการได้รับจากครูหรือจากหนังสือเรียน รูปแบบการสอนควรจะถูกออกแบบเพื่อสนับสนุนให้นักเรียนสร้างการเชื่อมโยงแนวคิดที่มีความสัมพันธ์กัน และการใช้การนำเสนอภายนอกของครู เช่น การใช้วัตถุที่เป็นรูปธรรม การใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ การใช้ภาษาของครูในขณะที่มีการอภิปรายในชั้นเรียน จะช่วยให้นักเรียนเกิดความเข้าใจได้ดีขึ้น นอกจากนี้ Luitel (n.d.) กล่าวว่า การนำเสนอที่หลากหลาย เช่น การนำเสนอโดยใช้แผนภาพ การเสนอโดยใช้ภาษาพูด และการนำเสนอโดยใช้วัตถุที่เป็นรูปธรรม เป็นวิธีการหนึ่งที่จะช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ด้วยความเข้าใจ

ในการศึกษาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน Pirie and Kieren (1994) ได้เสนอกรอบการพัฒนาระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เพื่อศึกษาระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่องเศษส่วน ซึ่งลักษณะการพัฒนาระดับความเข้าใจเป็นกระบวนการที่ไม่หยุดนิ่งและไม่เป็นเชิงเส้น นักเรียนสามารถย้อนกลับมาที่ระดับความเข้าใจในระดับก่อนหน้า เมื่อพบว่ามีโนภาพที่มีอยู่ไม่เพียงพอ เพื่อปรับมีโนภาพที่มีอยู่ให้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น ซึ่งช่วยให้นักเรียนสามารถพัฒนาระดับความเข้าใจไปสู่ระดับที่สูงขึ้นได้ โดยมีระดับความเข้าใจ 8 ระดับ นอกจากนี้ Thom and Pirie (2006) ได้ใช้กรอบทฤษฎีของ Pirie และ Kieren ในการศึกษาความซับซ้อนของความเข้าใจเรื่องจำนวนของนักเรียน 2 คน และ Warner (2008) ได้ศึกษาลักษณะของพฤติกรรมของนักเรียนที่สัมพันธ์กับการพัฒนาความเข้าใจในแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

จากที่กล่าวมา ทำให้ผู้วิจัยมีความสนใจที่จะศึกษาการใช้ระบบการนำเสนอภายนอกของครูและระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยวิเคราะห์ระดับความเข้าใจตามแนวคิดทฤษฎีของ Pirie และ Kieren เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เพื่อเป็น

แนวทางให้ครูพัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพและ เพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนเรียนคณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจ อันจะสามารถช่วยยกระดับผลการเรียนของนักเรียนให้ดียิ่งขึ้น

วัตถุประสงค์ของโครงการวิจัย

เพื่อศึกษาการใช้ระบบการนำเสนอภายนอกของครู และระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ตามแนวคิดทฤษฎีของ Pirie และ Kieren ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงคุณภาพแบบกรณีศึกษา (Case Study) ใช้ระเบียบวิธีวิจัยเชิงคุณภาพที่เน้นการวิเคราะห์โปรโตคอล (Protocol Analysis) และการบรรยายเชิงวิเคราะห์ (Analytical Description) โดยศึกษาการใช้ระบบการนำเสนอภายนอกของครู ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และระดับความเข้าใจของนักเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ผู้ร่วมวิจัย

ผู้ร่วมวิจัย ประกอบด้วย ผู้วิจัย จำนวน 1 คน และผู้ช่วยวิจัย จำนวน 4 คน ทำหน้าที่สังเกตและจดบันทึกภาคสนาม (Field Note) บันทึกเสียง บันทึกวิดีโอ กลุ่มเป้าหมาย โดยบันทึกการใช้ระบบการนำเสนอภายนอกของครู และพฤติกรรมของนักเรียนในขณะที่ครูจัดกิจกรรมการเรียนรู้ สังเกตและบันทึกภาคสนาม การทำแบบทดสอบของนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย และสัมภาษณ์นักเรียนกลุ่มเป้าหมายหลังจากการทำแบบทดสอบ รวมถึงการบันทึกภาพนิ่งในเหตุการณ์ที่สำคัญ

กลุ่มเป้าหมาย

กลุ่มเป้าหมายในงานวิจัยนี้ประกอบด้วย ครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 จำนวน 1 คน และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 จำนวน 3 คน ซึ่งได้รับการจัดการเรียนรู้จากครูกลุ่มเป้าหมาย จากโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยขอนแก่น (ศึกษาศาสตร์) ระดับมัธยมศึกษา และเข้าร่วมการวิจัยด้วยความสมัครใจ

การเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยทำการศึกษาภูมิหลังเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้ในโรงเรียนที่ทำการศึกษาคือ สังเกตและศึกษาเกี่ยวกับ แผนการจัดการเรียนรู้เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว พฤติกรรมการสอนของครู ประวัติการศึกษา ประสบการณ์การทำงาน และภาระงานที่ได้รับมอบหมายของครู

ที่เป็นกลุ่มเป้าหมาย และศึกษาพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียน คະแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ของนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย ในลำดับต่อมา ผู้วิจัยทำการศึกษาและสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบทดสอบที่เกี่ยวกับ สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เมื่อเสร็จแล้วนำเสนอให้อาจารย์ที่ปรึกษาและผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบ และหาประสิทธิภาพของเครื่องมือโดยการนำไปทดลองกับกลุ่มนักเรียน โรงเรียนอื่นที่อยู่ในระดับเดียวกับกลุ่มเป้าหมาย จากนั้นนำข้อสังเกตและข้อบกพร่องมาปรับปรุงแก้ไข แล้วนำเครื่องมือที่ได้รับการแก้ไขแล้ว เสนอให้อาจารย์ที่ปรึกษาและผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบอีกครั้ง จากนั้นเก็บรวบรวมข้อมูล โดยบันทึกวิธีทัศนัยการจัดกิจกรรมการจัดการเรียนรู้ของครู เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เพื่อบันทึกการใช้ระบบการนำเสนอภายนอกของครู และบันทึกวิธีทัศนัย พฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย หลังจากครูจัดกิจกรรมการเรียนรู้เสร็จในแต่ละเรื่อง ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบทดสอบที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาที่ครูจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัย สังเกตและบันทึกวิธีทัศนัย พร้อมบันทึกเสียงในขณะที่นักเรียนกลุ่มเป้าหมายทำแบบทดสอบ เมื่อนักเรียนทำแบบทดสอบเสร็จผู้วิจัยสัมภาษณ์นักเรียนเกี่ยวกับเนื้อหาที่ได้เรียนในแต่ละกิจกรรม และสัมภาษณ์เกี่ยวกับแบบทดสอบที่นักเรียนได้ทำไปเพื่อให้ได้ข้อมูลที่เพียงพอสำหรับนำไปวิเคราะห์ระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกี่ยวกับเรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยสัมภาษณ์เป็นรายบุคคล จากนั้นผู้วิจัยนำข้อมูลจากการบันทึกวิธีทัศนัยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของครู พฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนและการทำแบบทดสอบของนักเรียน การสัมภาษณ์ และการบันทึกเสียง เกี่ยวกับเรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว มาถอดโปรโตคอล

การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยนำข้อมูลจากการบันทึกวิธีทัศนัยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของครู เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และบันทึกภาคสนาม มาใช้วิเคราะห์การใช้ระบบการนำเสนอภายนอกของครู และนำข้อมูลจากบันทึกภาคสนาม การบันทึกเสียงและการบันทึกวิธีทัศนัยพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนในขณะที่ครูจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว การทำแบบทดสอบเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียน และการสัมภาษณ์นักเรียน มาใช้วิเคราะห์ระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ตามแนวคิดทฤษฎีการพัฒนาความเข้าใจของ Pirie และ Kieren (Pirie & Kieren, 1994) ซึ่งมีทั้งหมด 8 ระดับ คือ ระดับแรก คือ ความรู้พื้นฐาน (Primitive Knowing) ระดับที่สอง คือ การสร้างมโนภาพ (Image Making) ระดับที่สาม คือ การมีมโนภาพ (Image Having) ระดับที่สี่ คือ การสังเกตคุณสมบัติ (Property Noticing) ระดับที่ห้า คือ การสร้างข้อสรุปเชิงนามธรรม (Formalizing) ระดับที่หก คือ การสังเกต (Observing) ระดับที่เจ็ด คือ การสร้างโครงสร้าง (Structuring) ระดับที่แปด คือ การสร้างมโนคติใหม่ (Inventizing) แต่เนื่องจากมโนคติที่เกี่ยวข้องกับเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว นักเรียนยังไม่ถึงขั้นที่จะสะท้อนข้อสรุปเชิง

นามธรรมเพื่อสร้างทฤษฎีบทหรือมาพิสูจน์ทฤษฎีบทได้ และการจัดการเรียนรู้ของครูเป็นเพียงเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเท่านั้น ดังนั้นนักเรียนยังไม่ถึงระดับความเข้าใจสูงสุด เพื่อไปสร้างมโนคติใหม่ในระดับที่สูงขึ้นได้ เช่น เรื่องระบบสมการ เรื่องสมการ ดังนั้นผู้วิจัยจึงปรับเป็น 5 ระดับ คือ ระดับแรก คือ ความรู้พื้นฐาน (Primitive Knowing) ระดับที่สอง คือ การสร้างมโนภาพ (Image Making) ระดับที่สาม คือ การมีมโนภาพ (Image Having) ระดับที่สี่ คือ การสังเกตคุณสมบัติ (Property Noticing) ระดับที่ห้า คือ การสร้างข้อสรุปเชิงนามธรรม (Formalizing)

ผล/สรุปผลการวิจัย

การใช้ระบบการนำเสนอภายนอกของครูในการจัดการเรียนรู้เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ครูใช้การนำเสนอภายนอกที่เป็น การใช้ภาษา โดยการพูดอธิบายความหมายของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว การใช้สมบัติการเท่ากัน ขั้นตอนการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และการเขียนอธิบายขั้นตอนการแก้สมการบางขั้นตอน การใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ แสดงสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวในรูปทั่วไป การใช้ตัวอย่าง ครูใช้ตัวอย่างประกอบในการอธิบาย ความหมายของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว การแก้สมการ และการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และในขั้นของการวิเคราะห์โจทย์ครูใช้ตัวอย่างสถานการณ์จริงมาอธิบายเชิงเปรียบเทียบเพื่อช่วยในการวิเคราะห์โจทย์ สำหรับการใช้วิธีการ หรือ ขั้นตอนวิธี ประกอบด้วย ขั้นตอนการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว กล่าวคือ เริ่มด้วยการพิจารณาสมการเพื่อกำจัดตัวเลขที่อยู่ด้านเดียวกับตัวแปร โดยใช้สมบัติการเท่ากัน และถ้าสมการนั้นมีตัวแปรปรากฏอยู่หลายตำแหน่งให้หลักการรวมตัวแปร ซึ่งต้องใช้สมบัติการแจกแจงช่วยซึ่งครูอธิบายโดยใช้ลูกศร โคนั้แสดงการคูณเข้าไปในวงเล็บ สำหรับขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ประกอบด้วย ขั้นการอ่านโจทย์และวิเคราะห์โจทย์ ขั้นการกำหนดตัวแปร ขั้นการเขียนสมการ ขั้นการแก้สมการและการตรวจคำตอบ ซึ่งในขั้นของการวิเคราะห์โจทย์ ครูใช้แผนภาพ ตาราง และรูปภาพ เพื่อช่วยวิเคราะห์แยกเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดมาให้ และใช้แบบฝึกหัดสำหรับขั้นตอนการสอนของครู เรียงลำดับจาก ความหมายของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ประเภทของสมการ สมบัติที่ใช้ในการแก้สมการ ขั้นตอนวิธีการการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และขั้นตอนวิธีการการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนตามแนวคิดทฤษฎีของ Pirie และ Kieren เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 พบว่า นักเรียนพัฒนาระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เรื่องความหมายของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ถึงระดับการมีมโนภาพ กล่าวคือ นักเรียนสามารถบอกได้ว่าสมการที่เห็นเป็นสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระดับการสังเกต

คุณสมบัติ กล่าวคือ นักเรียนสามารถบอกความหมายของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ยกตัวอย่าง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระดับการสร้างข้อสรุปเชิงนามธรรม กล่าวคือ นักเรียนสามารถบอก ความหมายของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และเขียนสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวในรูปทั่วไปได้ นักเรียนพัฒนา ระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เรื่องการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ถึงระดับ การมีมโนภาพ กล่าวคือ นักเรียนสามารถเลือกใช้สมบัติในการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว แสดง และอธิบายขั้นตอนวิธีการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้ ระดับการสร้างข้อสรุปเชิงนามธรรม กล่าวคือ นักเรียนสามารถสรุปขั้นตอนวิธีการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้ นักเรียนพัฒนา ระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เรื่องการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ถึงระดับการมี มโนภาพ กล่าวคือ นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวพร้อมอธิบายในแต่ละ ขั้นตอนได้ ระดับการสร้างข้อสรุปเชิงนามธรรม กล่าวคือ นักเรียนสามารถสรุปขั้นตอนการแก้ โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

อภิปรายผล

การใช้ระบบการนำเสนอภายนอกของครูในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องสมการ เชิงเส้นตัวแปรเดียว ครูเน้นการใช้ภาษาในการพูดอธิบาย ความหมายของสมการเชิงเส้นตัวแปร เดียว และสำหรับสัญลักษณ์ที่เป็นตัวแปร ครูใช้ตัวอักษรแทนตัวไม่ทราบค่า และใช้สัญลักษณ์ทาง คณิตศาสตร์ในการเขียนความหมายของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวในรูปทั่วไป นอกจากนี้ครูใช้ ตัวอย่างประกอบการอธิบายที่หลากหลายเพื่อให้นักเรียนเปรียบเทียบให้เห็นข้อเหมือนและข้อ แตกต่างในแต่ละสมการ ซึ่งช่วยให้นักเรียนสามารถสังเกตคุณสมบัติ ของสมการและเชื่อมโยง คุณสมบัติได้ และเกิดเป็นข้อสรุปเชิงนามธรรมเกี่ยวกับความหมายของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ถึงแม้ว่าในตอนแรกครูยังไม่ได้อธิบายความหมายของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวอย่างชัดเจน จึงทำ ให้นักเรียนไม่สามารถบอกความหมายของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวอย่างชัดเจนได้ แต่เมื่อครู อธิบายความหมายของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวอย่างชัดเจน นักเรียนสามารถกลับไปปรับ มโนภาพที่มีอยู่ให้ชัดเจนยิ่งขึ้นและช่วยให้นักเรียนพัฒนา ระดับความเข้าใจไปสู่ระดับที่สูงขึ้นได้

ครูอธิบายสมบัติที่ใช้ในการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ครูได้ใช้ภาษา พูดอธิบาย เชิงเปรียบเทียบกับเรื่องตลิ่ง และใช้รูปภาพที่เป็นรูปตลิ่งอธิบายสมบัติการเท่ากัน และได้มีการ สรุปกลุ่มของสมบัติการเท่ากัน จากนั้นครูอธิบายเชื่อมโยงสมบัติการเท่ากันกับหลักการย้ายข้าง ซึ่ง นักเรียนสามารถอธิบายเชื่อมโยงหลักการย้ายข้างและสมบัติการเท่ากันได้เป็นบางคน และมี นักเรียน 1 คนที่ไม่สามารถอธิบายเชื่อมโยงกันได้ และใช้เพียงหลักการย้ายข้างในการแก้สมการ ซึ่ง

อาจจะเป็นผลมาจากการใช้การอธิบายการแก้สมการของครู นั่นคือ ครูเน้นการใช้หลักการย้ายข้างในการอธิบายขั้นตอนการแก้สมการ

การอธิบายลำดับขั้นตอนการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของครู ซึ่งครูใช้ภาษาที่เป็นการพูดอธิบาย และใช้การเขียนสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แสดงขั้นตอนการแก้สมการ ครูยกตัวอย่างที่เรียงลำดับจากสมการที่มีรูปแบบอย่างง่าย สมการที่สามารถแก้สมการได้หลายวิธี และสมการที่มีความซับซ้อนขึ้น ซึ่งการจัดการเรียนรู้ของครูเน้นไปที่ลำดับของการกำจัดตัวเลขที่อยู่ด้านเดียวกับตัวแปร โดยพิจารณาจากความสัมพันธ์ของตัวเลขนับกับตัวแปร และครูได้เน้นการรวมตัวแปรเมื่อมีตัวแปรปรากฏอยู่หลายตำแหน่ง โดยใช้สมบัติการแจกแจงช่วยให้สามารถรวมตัวแปรได้ จากการใช้การนำเสนอภายนอกดังที่กล่าวมาในการจัดการเรียนรู้เรื่องการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว นักเรียนได้แสดงวิธีการและลำดับขั้นตอนการแก้สมการได้ถูกต้องและเป็นผลสำเร็จ และนักเรียนมีการใช้การนำเสนอภายนอกที่เหมือนกับของครู เช่น การใช้ลูกศร ใ้กแสดงการแจกแจง ซึ่งแสดงให้เห็นว่านักเรียนมีความเข้าใจอยู่ในระดับการมีมโนภาพ และยังสามารถพัฒนาไปจนถึงระดับการสร้างข้อสรุปเชิงนามธรรมได้ ถึงแม้ว่ามีนักเรียน 1 คนไม่สามารถพัฒนาไปถึงระดับการสร้างข้อสรุปเชิงนามธรรมได้ ซึ่งอาจจะเกิดจากการมีมโนภาพที่ไม่สมบูรณ์จึงไม่สามารถสรุปออกมาเป็นข้อสรุปเชิงนามธรรมได้

การแก้โจทย์ปัญหาสมการ ครูเน้นขั้นตอนการวิเคราะห์โจทย์ เพื่อสร้างสมการโดยใช้การนำเสนอภายนอกที่หลากหลายในการวิเคราะห์แยกเงื่อนไข เช่น แผนภาพ รูปภาพ ตาราง สถานการณ์จริง ซึ่งช่วยให้นักเรียนสามารถวิเคราะห์โจทย์ได้ง่ายขึ้น เมื่อวิเคราะห์แล้วจึงสร้างความสัมพันธ์ของเงื่อนไข ทำให้นักเรียนสามารถพัฒนาระดับความเข้าใจถึงระดับการสร้างข้อสรุปเชิงนามธรรม กล่าวคือ นักเรียนสามารถอธิบายสรุปขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และแสดงขั้นตอนวิธีการแก้โจทย์ปัญหาสมการได้อย่างถูกต้อง

การใช้การนำเสนอภายนอกของครูที่เป็นลำดับขั้นตอนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ของครู โดยครูเริ่มจาก ความหมายของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ประเภทของสมการ การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยแต่ละขั้นครูใช้ภาษาในการพูดอธิบาย และมีการเน้นย้ำในมโนคติที่สำคัญ ซึ่งเห็นได้จากครูทบทวนก่อนที่จะจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในเรื่องต่อไป และใช้ตัวอย่างประกอบเพื่อให้นักเรียนได้สร้างมโนภาพที่ชัดเจนยิ่งขึ้น และทำให้นักเรียนกลับไปปรับมโนภาพเดิมที่มีอยู่ให้ชัดเจนยิ่งขึ้นเพื่อพัฒนาไปสู่ระดับความเข้าใจในระดับที่สูงขึ้นได้

ข้อเสนอแนะ

1. ครูควรเลือกใช้การนำเสนอภายนอกที่เหมาะสม และหลากหลายให้สอดคล้องกับความแตกต่างระหว่างบุคคล เพื่อพัฒนาระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกี่ยวกับเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

2. สำหรับการวิจัยครั้งต่อไป ควรจะศึกษาการพัฒนาระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ตามกรอบแนวคิดทฤษฎีของ Pirie และ Kieren โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ หรือสภาพแวดล้อมการเรียนรู้ให้สอดคล้องกับทฤษฎี และศึกษาการย้อนกลับ (Folding Back) เพื่อวิเคราะห์ถึงสาเหตุ ที่อาจจะเป็นความยุ่งยาก อุปสรรค ขัดขวางไม่ให้นักเรียนพัฒนาระดับความเข้าใจในระดับที่สูงขึ้นได้

เอกสารอ้างอิง

- กรมวิชาการ. (2545). เอกสารประกอบหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544
คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: กรมวิชาการ
กระทรวงศึกษาธิการ: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์ (ร.ส.พ.).
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551.
กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- _____. (2551). ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์.
กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- โครงการ TIMSS 2007. (2552). ผลการศึกษาแนวโน้มการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์และ
วิทยาศาสตร์ระดับนานาชาติของโครงการ TIMSS 2007 ประเทศไทยอยู่ตรงไหน
[ฉบับอิเล็กทรอนิกส์]. นิตยสาร สสวท., 37(160), 7-11.
- นพวรรณ ทับทอง. (2548). การพัฒนาแบบสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่อง
สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ถึง 3. วิทยานิพนธ์
ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิจัยและประเมินผลการศึกษา
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ. (2550).
ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- สุนารี เวียงรัตน์. (2541). การวินิจฉัยและแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องสมการของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนบ้านตระแสง จังหวัดสุรินทร์. วิทยานิพนธ์ปริญญา
ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัย

สุโขทัยธรรมมาธิราช.

- สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. (2545). **พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ.2542 และที่แก้ไขเพิ่มเติม (ฉบับที่ 2) พ.ศ. 2545**. กรุงเทพฯ: พริกหวานกราฟิค.
- สำนักทดสอบทางการศึกษา. (2551). **ผลการประเมินคุณภาพการศึกษาขั้นพื้นฐานเพื่อการประกันคุณภาพผู้เรียนปีการศึกษา 2550**. ค้นเมื่อ 21 ตุลาคม 2552, จาก <http://bet.obec.go.th/eqa/images/2009/news/report-nt50.pdf>.
- Booth, L.R. (1996). Learning and teaching algebra. In L. Grimison & J. Pegg (Eds). **Teaching secondary school mathematics: Theory into practice**. (pp. 104-119). 2 nd ed. Sydney: Star Printery Pty.
- Goldin, A.G. & Shteingold, N. (2001). Systems of representations and the development of mathematical concept. In A.A.Cuoco & F.R. Curcio (Eds). **The roles of representation in school mathematics**. (pp. 1-9). United States of America: NCTM.
- Hiebert, J., & Carpenter, T.P. (1992). Learning and teaching with understanding. In D.A. Grouws(Ed). **Handbook of research on mathematics teaching and learning**. (pp. 65-96). New York: Macmillan.
- Luitel, B.c. [n.d.]. **Representation: Revisited**. Retrieved July 26, 2009, from <http://au.geocities.com/bcluitel/Representation-revisited>.
- Pirie, S. & Kieren, T. (1994). Growth in mathematical understanding: How can we characterise it and how can we represent it?. **Educational Studies in Mathematics**, **26**(2-3), 65-190.
- Thom, J.S. & Pirie, S. E.B. (2006). Looking at the complexity of two young children's understanding of number [Electronic version]. **Journal of Mathematical Behavior**, **25**, 185 - 195.
- Warner, L. B. (2008). How do students' behaviors relate to the growth of their mathematical ideas? [Electronic version]. **Journal of Mathematical Behavior**, **27**, 206 - 227.